Analysis 2 für Informatik (Prof. Karigl)

5.

Schriftliche Prüfung am 22. 01. 2016

1. Man bestätige, dass das Volumen eines Torus durch $V = 2\pi^2 R r^2$ gegeben ist (dabei ist R der mittlerer Radius des Rings und r der Radius des kreisförmigen Querschnitts).
   Anleitung: Man beachte die Parametrisierung für den Torus

$$\begin{pmatrix} x(\rho,\theta,\varphi) \\ y(\rho,\theta,\varphi) \\ z(\rho,\theta,\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R+\rho\cos\theta)\cos\varphi \\ (R+\rho\cos\theta)\sin\varphi \\ \rho\sin\theta \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \le \rho \le r,\ 0 \le \theta \le 2\pi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi.$$

2. Gegeben sei die Rechteckimpulsfunktion f(t) durch

$$f(t) = \begin{cases} 4 & -\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{\pi}{2} \\ 0 & -\pi < t < -\frac{\pi}{2} \text{ bzw. } \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

   und periodische Fortsetzung außerhalb dieses Intervalls mit der Periode 2π. Man approximiere f durch ein trigonometrisches Polynom fünften Grades.

3. Mit Hilfe eines Produktansatzes bestimme man Lösungen der Differentialgleichung der schwingenden Saite $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ für $u = u(x,t)$, welche die Randbedingungen $u(0,t) = u(a,t) = 0$ für alle $t \ge 0$ erfüllen.

4. Extremwerte von Funktionen in mehreren Variablen:
   - Was ist ein relatives bzw. absolutes Extremum?
   - Wie findet man Extrema (notwenige und hinreichende Bedingungen)?
   - Wie berücksichtigt man Nebenbedingungen?

Bitte umbl

5. Lagrange-Interpolation:

- Man diskutiere die Eigenschaften der Lagrange-Polynome

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)\cdots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\cdots(x - x_n)}{(x_i - x_0)\cdots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\cdots(x_i - x_n)}, \quad i = 0, \dots, n$$

  und leite mit ihrer Hilfe das Lagrange'sche Interpolationspolynom zu den Interpolationsstellen (x_0, y_0), …, (x_n, y_n) (mit $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$) her.
- Ferner illustriere man den Lagrange'schen Ansatz an Hand eines selbst gewählten Beispiels.

Zeit: 100 Minuten

Prüfungsergebnisse bis Freitag, 05. 02. 2016, siehe TISS