1) Berechnen Sie die folgenden Integrale: [10 p]

a. $\int_0^3 \frac{3}{9+x^2}\, dx$

b. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) * (x^2 + 3x + 1)\, dx$

2) Bestimmen Sie die Menge aller x ∈ ℝ, für welche die folgende Reihe konvergiert. Untersuchen Sie dabei die Randpunkte. [10 p]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{n} * (x-2)^n$$

3) In diesem Beispiel beschäftigen wir uns mit relativen Extremstellen einer 2-mal differenzierbaren Funktion f: $\mathbb{R}^2$ -> ℝ: [10 p]

a) Formulieren Sie mit Hilfe der Ableitung(en) eine notwendige Bedingung für f dafür, dass die Funktion f in (x_0 , y_0) eine relative Extremstelle hat.

b) Formulieren Sie mit Hilfe der Ableitung(en) eine hinreichende Bedingung für f dafür, dass die Funktion f in (x_0 , y_0) eine relative Minimumstelle hat.

c) Geben Sie für die Funktion f(x,y) := $\frac{1}{3}x^3 + xy + y^2$ alle relativen Maximumstellen und Minimumstellen an.

4) MC [20 p]

a) Die Folge $a_n := \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2\cos(n\pi) + \frac{1}{n}(-1)^n$ hat als Häufungspunkt?

1. -3 2. -1 3. 1 4. 2

b) Die Reihe $\sum_{n\geq 0} a_n$ mit $a_n \neq 0$ konvergiert jedenfalls, wenn ... ?

1. $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$ 2. . $\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| < 1$ 3. . $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ 4. $\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$

c) Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ist konvergent mit Grenzwert 1 für:

1. $a_n = n^2 - (n+1)^2$ 2. $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 3. $a_n = \frac{1}{n+1}$ 4. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

d) Für die Differentialgleichung y‘+y=0 ist für jedes C ∈ ℝ eine Lösung gegeben durch:

1. Ce^x 2. e^{-Cx} 3. Ce^{-x} 4. $-Ce^{-x}$

e) Der Grenzwert $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$ ist:

1. existiert nicht 2. $\frac{1}{2}$ 3. $-\frac{1}{2}$ 4. 1

f) Das uneigentliche Integral I:= $\int_1^\infty f(x)\, dx$ existiert für f(x)=

1. cos(x) 2. $\frac{1}{x}$ 3. $\frac{1}{x^2}$ 4.$\frac{\cos(x)}{e^x}$

g) Für das bestimmte Integral I:= $\int_0^1 (\sin(x^2) + \cos(x))\, dx$ gilt:

1. existiert nicht 2. I=0 3. I>0 4 I<0

h) Ist $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ absolut konvergent, so gilt sicher:

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} * a_n$ konvergiert 2. $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ 3. an konvergiert 4. $a_{n+1} \leq a_n$

i) Es gibt eine Lösung x ∈ $[0, \frac{\pi}{2}]$ der Gleichung cos(x)=a für:

1. a=0 2. a= $\frac{1}{3}$ 3. a= $\frac{1}{2}$ 4. a= $-\frac{1}{2}$

j) Sind y1, y2 Lösungen von y‘(x)+2xy(x)=x^3 sowie yh eine Lösung der entsprechenden homogenen Gleichung y‘(x)+2xy(x)=0, so ist eine (weitere) Lösung der inhomogenen Gleichung gegeben durch :

1. y1-y2 2. 2y1-y2 3. y1+yh 4. y1-yh