Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

7. Okt. 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer sG $X$:

$$15.3,\ 0.6,\ 1.1,\ 2.7,\ 2.1,\ 7.1,\ 5.6,\ 9.4,\ 4.6,\ 10.7$$

Ermitteln und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie den Mittelwert, den Median, die Varianz und die Streuung.

**2.** Von einem Prüfverfahren für Schaltkreise ist bekannt, daß ein defekter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.98, ein intakter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.9 als solcher erkannt wird. Durchschnittlich 3.2% der Schaltkreise sind defekt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schaltkreis tatsächlich defekt, wenn die Prüfung dies ergibt? Geben Sie eine anschauliche Erklärung für die (unerwartet?) kleine Wahrscheinlichkeit.

**3.** Bei einer Serviceeinrichtung hat man eine Wartezeit $X$ (Einheit: Minuten) mit Dichte $f(x) = C(20 - x)I_{(0,20)}(x)$. Bestimmen Sie die Konstante $C$ und die Verteilungfunktion (+ Skizze). Angenommen, Sie haben bereits 8 Minuten gewartet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit müssen Sie noch mindestens weitere 8 Minuten warten?

**4.** Bestimmen Sie für die Wartezeit $X$ von Beispiel **3** den Mittelwert und die Streuung.

**5.** Ein System bestehe aus sechs hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert $\tau = 1200$ [Stunden]. Ermitteln Sie die Verteilungs- und Dichtefunktion der Lebensdauer des Systems. Wie groß ist der Mittelwert? Wie groß ist der Median?

**6.** Die durchschnittliche Größe eines digitalen Bildes betrage 0.6 MB mit einer Streuung von 0.4 MB. Sie beabsichtigen, auf Ihrer Webseite 150 derartige Bilder zu plazieren. Mit welcher Wahrscheinlichkeit belegen die Bilder mehr als 100 MB ?

./.

**7.** Zusammengefaßt ergab sich für zwei Stichproben aus unabhängigen Normalverteilungen (mit gleicher Varianz):

| | Stichprobe 1 | Stichprobe 2 |
|---|---|---|
| Stichprobenumfang | 8 | 8 |
| Stichprobenmittel | 92.255 | 92.733 |
| Stichprobenstreuung | 2.39 | 2.98 |

Ermitteln Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Differenz $\delta = \mu_1 - \mu_2$ der beiden Mittelwerte. Unterscheiden sich die Mittelwerte signfikant?

**8.** Die folgenden (der Größe nach geordneten) 30 Zahlen wurden mit dem R–Befehl `round(sort(runif(30)),4)` erzeugt:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0157 | 0.0227 | 0.0339 | 0.0568 | 0.0724 | 0.0792 | 0.1801 | 0.1869 | 0.2223 | 0.2416 |
| 0.2481 | 0.2496 | 0.2859 | 0.3370 | 0.3608 | 0.3648 | 0.4129 | 0.4202 | 0.4912 | 0.5510 |
| 0.5577 | 0.6640 | 0.6885 | 0.7132 | 0.8064 | 0.8486 | 0.8547 | 0.8760 | 0.9395 | 0.9771 |

Prufen Sie mittels Chiquadrat–Anpassungtest (mit $\alpha = 5\%$), ob die Werte als Beobachtungen einer nach $U_{(0,1)}$ verteilten sG $X$ angesehen werden können. Nehmen Sie dazu die Klasseneinteilung $[0, 0.2), [0.2, 0.4), \ldots, [0.8, 1]$.

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Fr 10. Okt. 2008 ab 16:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

**Mündliche Prüfung:** Fr 17. Okt. 2008
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2-stündig mit Unterlagen

24. Juni 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Ein Produzent bezieht bestimmte Komponenten zu gleichen Anteilen von zwei Herstellern A und B. Die Komponenten von A sind mit Wahrscheinlichkeit 0.05 defekt, diejenigen von B mit 0.10. Bei einer Lieferung, bestehend aus 10 Komponenten, ist nicht mehr bekannt, von wem sie stammt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie von A, wenn alle 10 Komponenten in Ordnung sind?

*Hinweis*: Bayes'sche Formel.

**2.** Für die stochastische Größe $X$ gilt $W\{X = 0\} = 0.5$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 15)$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X > 10 | X > 5\}$.

**3.** Bestimmen Sie für die stochastische Größe $X$ von Beispiel **2** den Mittelwert und die Streuung.

**4.** Wenn die Seitenlänge eines Würfels eine auf dem Intervall $[0, 10]$ stetig uniform verteilte sG $X$ ist, welche Oberfläche und welches Volumen kann man erwarten?

*Hinweis*: Satz vom unbewußten Statistiker.

**5.** Ein Parallelsystem besteht aus 6 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 2 [Jahre]. Ermitteln Sie Ausdrücke für die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer des Systems. Bestimmen Sie außerdem den Median.

**6.** Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer poissonverteilten sG $X \sim P_\theta$:

$$3 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 5 \quad 7 \quad 3$$

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert $\widehat{\theta}$ von $\theta$ (mit Herleitung). Ermitteln Sie auf Basis von $\widehat{\theta}$ einen Schätzwert für $W\{X > 3\}$.

./.

**7.** Die folgenden Beobachtungen stammen von einer Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$:

12.8  14.7  13.5  13.9  14.3  12.7  13.1  14.0  13.2

Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für $\mu$.

**8.** Stammen die folgenden 100 Beobachtungen aus einer Verteilung auf $\{1, 2, 3, 4\}$ mit den Wahrscheinlichkeiten:

$$p_1 = \frac{9}{16}, \quad p_2 = p_3 = \frac{3}{16}, \quad p_4 = \frac{1}{16}\ ?$$

| k | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 65 | 21 | 12 | 2 |

Nehmen Sie den Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 5\%$).

*Extrapunkt:* Bei Durchführung des Tests mittels R:

```
chisq.test(c(65,21,12,2), p=c(9,3,3,1)/16)
```

bekommt man einen $p$–Wert von 0.07347. Wie ist dieser Wert zu interpretieren?

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

| **Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:** |
|---|
| Do 26. Juni 2008 ab 16:00 (Aushang am Institut) |
| Telefonische Auskunft: 58801–10724 |
| **Mündliche Prüfung:** Fr 27. Juni 2008 |
| In die aufliegende Liste eintragen! |

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

14. Mai 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Bestimmte Komponenten werden von drei Maschinen hergestellt. Maschine A stellt täglich 200 Komponenten mit einem Defektanteil von 4% her, Maschine B 300 Komponenten mit einem Defektanteil von 5% und Maschine C 400 Komponenten mit einem Defektanteil von 2%. Am Ende des Produktionstages kommen alle Komponenten in einen Behälter. Wenn daraus eine Komponente zufällig entnommen wird und sich herausstellt, daß sie defekt ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde sie dann von A hergestellt?

**2.** Für die stochastische Größe $X$ gilt $W\{X = 0\} = 0.3$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 20)$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X > 10\}$.

**3.** Bestimmen Sie für die stochastische Größe $X$ von Beispiel **2** den Mittelwert und die Streuung.

**4.** Zeigen Sie (auch mittels einer Handskizze), wie man – ausgehend von auf $(0, 1)$ uniform verteilten Zufallszahlen $u$ – Beobachtungen einer stochastischen Größe $X$ mit der Dichte von **Bsp 6** simulieren kann. Welche Beobachtung ergibt sich konkret für $\theta = 5$ und $u = 0.2653$ ?

**5.** Ein Seriensystem besteht aus 8 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 1.6 [Jahre]. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer des Systems. Außerdem den Mittelwert (Hier ohne weitere Rechnung möglich!) und den Median.

**6.** Die folgenden Beobachtungen stammen von einer Verteilung mit der Dichtefunktion $f(x) = \theta(1 - x)^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ (mit $\theta > 0$):

0.630   0.043   0.027   0.012   0.002   0.152

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von $\theta$ (mit Herleitung).

./.

**7.** Die folgenden Beobachtungen stammen von einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ mit unbekanntem Mittelwert $\mu$ und unbekannter Varianz $\sigma^2$:

83.7 79.6 83.3 70.1 79.3 85.7

Bestimmen Sie ein 90% Konfidenzintervall für $\mu$.

**8.** Ein Würfel wird 150 Mal geworfen, mit dem folgenden Ergebnis:

| Augenzahl | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 36 | 23 | 23 | 18 | 20 | 30 |

Ist der Würfel fair? Nehmen Sie zur Beantwortung den Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 10\%$).

*Extrapunkt:* Bei Durchführung des Tests mittels R – `chisq.test(c(36, 23, 23, 18, 20, 30))` – ergibt sich ein $p$–Wert von 0.1044. Wie ist dieser Wert zu interpretieren?

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Mi 21. Mai 2008 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

**Mündliche Prüfung:** Fr 30. Mai 2008
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

1. April 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Ermitteln und zeichnen Sie für die folgenden Beobachtungen:

4.49 4.32 0.48 2.94 1.96 13.93 2.53 6.30

die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

**2.** Für die stochastische Größe $X$ gilt $W\{X = 3\} = \frac{1}{5}$. Der Rest der Wahrscheinlichkeit ist im Intervall $(0, 3)$ stetig uniform verteilt. Ermitteln und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion und bestimmen Sie $W\{X < 1 \mid X < 3\}$.

**3.** Bestimmen Sie für die stochastische Größe $X$ von Beispiel **2** den Mittelwert und die Streuung.

**4.** Zeigen Sie (inklusive einer graphischen Veranschaulichung), wie man – ausgehend von auf $(0, 1)$ uniform verteilten Zufallszahlen $u$ – Beobachtungen einer stochastischen Größe $X$ mit der folgenden Verteilungsfunktion erzeugen kann:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{5}{x}\right)^2, \quad x \geq 5$$

Welche Beobachtung ergibt sich konkret für $u = 0.1719$ ?

**5.** Ein Seriensystem besteht aus 5 Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten folgen unabhängigen Exponentialverteilungen mit Mittelwert 25 [Tage]. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte der Lebensdauer des Systems. Außerdem den Mittelwert und den Median.

./.

**6.** Die folgenden Beobachtungen stammen aus einer Verteilung mit der Dichtefunktion $f(x) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$ (mit $\theta > 0$):

0.86 0.44 0.76 0.72 0.79

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert von $\theta$ (mit Herleitung).

**7.** Die folgenden Beobachtungen stammen von einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ mit unbekanntem Mittelwert $\mu$ und unbekannter Varianz $\sigma^2$:

16.16 9.33 12.96 11.49 12.31 8.93

Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für $\sigma^2$.

**8.** Stammen die folgenden 450 Beobachtungen:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 63 | 149 | 180 | 58 |

von einer Binomialverteilung mit $n = 3$ und $p = 1/2$ ? Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat-Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$.

<u>Bitte beachten:</u> Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

| **Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:** |
|---|
| Do 3. April 2008 ab 16:00 (Aushang am Institut) |
| Telefonische Auskunft: 58801–10724 |
| **Mündliche Prüfung:** Fr 4. April 2008 |
| In die aufliegende Liste eintragen! |

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

4. März 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer sG $X$:

$$-0.42,\ -1.27,\ 0.79,\ 1.42,\ 0.58,\ 0.61,\ -1.06,\ -1.69,\ 2.07,\ 1.18$$

Ermitteln und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

**2.** Ein diagnostischer Test zeige in 99% der Fälle das korrekte Ergebnis, bei Erkrankten und bei nicht Erkrankten. Wenn man davon ausgeht, daß nur 0.4% der Bevölkerung diese Erkrankung hat, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann eine zufällig ausgewählte Person, deren Test die Erkrankung anzeigt, tatsächlich erkrankt? Geben Sie eine anschauliche Erklärung für die (unerwartet?) kleine Wahrscheinlichkeit.

**3.** Bei einer Serviceeinrichtung wird man mit Wahrscheinlichkeit $1/4$ sofort bedient oder man hat eine auf dem Intervall $(0, 20]$ (Minuten) uniform verteilte Wartezeit. Bestimmen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wartet man noch mindestens weitere 5 Minuten, wenn man bereits 10 Minuten gewartet hat?

**4.** Bestimmen Sie für die Wartezeit $X$ von Beispiel **3** den Mittelwert und die Streuung.

**5.** Betrachten Sie ein Parallelsystem aus sechs Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten sind unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert 1800 [h]. Ermitteln Sie Ausdrücke für die Verteilungs- und Dichtefunktion der Lebensdauer des Systems. Bestimmen Sie für letztere außerdem den Median und das 90%–Quantile.

**6.** Die sG $X$ hat die Dichte $f_X(x) = 3x^2 I_{(0,1)}(x)$. Bestimmen Sie den Merkmalraum und die Dichte von $Y = 1/X$. Berechnen Sie außerdem $\mathbb{E}(Y)$.

./.

**7.** Für die Kapazität (Ah) eines bestimmten Batterietyps bekommt man bei Testläufen die folgenden Werte:

$$133 \quad 130 \quad 139 \quad 160 \quad 155 \quad 141 \quad 153$$

Wenn man davon ausgeht, daß die Daten von einer Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ stammen, bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für die mittlere Kapazität $\mu$.

**8.** Stammen die folgenden 100 Beobachtungen:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 3 | 15 | 41 | 27 | 12 | 2 |

von einer Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = 1/2$ ? Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat–Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$.

<u>Bitte beachten:</u> Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

| |
|---|
| **Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**<br>Mo 10. März 2008 ab 12:00 (Aushang am Institut)<br>Telefonische Auskunft: 58801–10724 |
| **Mündliche Prüfung:** Do 13. u. Fr 14. März 2008<br>In die aufliegenden Listen eintragen! |

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

23. Jän. 2008

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die folgenden Werte sind Beobachtungen einer sG $X$:

$$23,\ 25,\ 31,\ 43,\ 32,\ 32,\ 19,\ 27,\ 41,\ 22$$

Ermitteln und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion und bestimmen Sie: Mittelwert, Median, Varianz und Streuung.

**2.** Von einem Prüfverfahren für Schaltkreise ist bekannt, daß ein defekter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.95, ein intakter Schaltkreis mit Wahrscheinlichkeit 0.9 als solcher erkannt wird. Durchschnittlich 4% der Schaltkreise sind defekt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Schaltkreis tatsächlich defekt, wenn die Prüfung dies ergibt? Geben Sie eine anschauliche Erklärung für die (unerwartet?) kleine Wahrscheinlichkeit.

**3.** Bei einer Serviceeinrichtung hat man eine Wartezeit $X$ (Einheit: Minuten) mit Dichte $f(x) = C(12 - x)I_{(0,12)}(x)$. Bestimmen Sie die Konstante $C$ und die Verteilungfunktion (+ Skizze). Angenommen, Sie haben bereits drei Minuten gewartet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit müssen Sie noch mindestens weitere 3 Minuten warten?

**4.** Bestimmen Sie für die Wartezeit $X$ von Beispiel **3** den Mittelwert und die Streuung.

**5.** Ein System bestehe aus sechs hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert $\tau = 1500$ [Stunden]. Ermitteln Sie die Verteilungs– und Dichtefunktion der Lebensdauer des Systems. Wie groß ist der Mittelwert? Wie groß ist der Median?

**6.** Die durchschnittliche Größe eines digitalen Bildes betrage 0.6 MB mit einer Streuung von 0.4 MB. Sie beabsichtigen, auf Ihrer Webseite 80 derartige Bilder zu installieren. Mit welcher Wahrscheinlichkeit belegen die Bilder zwischen 47 MB und 50 MB ?

./.

**7.** Das Brennen von CDs belastet die Akkus von Laptops. Um eine Vorstellung von diesem Effekt zu bekommen, werden insgesamt 30 Studenten/innen dazu angehalten, mit vollständig aufgeladenen Akkus auf ihren Laptops solange zu arbeiten (18 ohne, 12 mit Brennen), bis die „low battery“ Warnung erscheint:

| | ohne Brennen | mit Brennen |
|---|---|---|
| Stichprobenumfang | 18 | 12 |
| Stichprobenmittel | 5.3 [h] | 4.8 [h] |
| Stichprobenstreuung | 1.4 [h] | 1.6 [h] |

Ermitteln Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Differenz $\delta = \mu_1 - \mu_2$ der beiden Mittelwerte. Unterscheiden sich die Mittelwerte signfikant? (*Hinweis*: Normalverteilte Beobachtungen mit $\sigma_1 = \sigma_2$.)

**8.** Die folgenden (der Größe nach geordneten) 25 Zahlen wurden mit dem R–Befehl `round(sort(runif(25)),4)` erzeugt:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0370 | 0.0425 | 0.0962 | 0.1981 | 0.2254 | 0.2704 | 0.3596 | 0.3635 | 0.3717 | 0.3834 |
| 0.3921 | 0.4144 | 0.4222 | 0.5059 | 0.6011 | 0.6047 | 0.6192 | 0.6615 | 0.6681 | 0.7336 |
| 0.7702 | 0.8635 | 0.9138 | 0.9386 | 0.9442 | | | | | |

Prufen Sie mittels Chiquadrat–Anpassungtest (mit $\alpha = 5\%$), ob die Werte als Beobachtungen einer nach $U_{(0,1)}$ verteilten sG $X$ angesehen werden können. Nehmen Sie dazu die Klasseneinteilung $[0, 0.2), [0.2, 0.4), \ldots, [0.8, 1]$.

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Fr 25. Jän. 2008 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

**Mündliche Prüfung:** Mi 30. Jän. u. Mo 4. Feb. 2008
In die aufliegenden Listen eintragen!

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung, schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

4. Dez. 2007

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die Dichte einer (stetigen) sG $X$ ist gegeben wie folgt:

$$f(x) = C(2 - x)I_{(0,2)}(x)$$

Bestimmen Sie die Konstante $C$, ermitteln Sie die Verteilungsfunktion und erstellen Sie (genaue) Skizze(n). Wie groß ist $W\{X > 3/2 \mid X > 1\}$ ?

**2.** Ermitteln Sie den Erwartungswert und die Varianz der sG $X$ von **Bsp 1**.

**3.** Ein Computervirus attackiert einen Folder bestehend aus 260 Files. Jedes File wird – unabhängig von den anderen – mit Wahrscheinlichkeit 0.15 befallen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mehr als 50 Files befallen? (*Hinweis*: Zentraler Grenzverteilungssatz mit Stetigkeitskorrektur.)

**4.** Der Radius $X$ einer Kugel sei eine sG mit Dichte $f(x) = 2xI_{(0,1)}(x)$. Bestimmen Sie den Erwartungswert des Volumens $Y = 4\pi X^3/3$.

**5.** Ein System bestehe aus fünf hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte sGn mit Mittelwert $\tau = 1000$ [Tage]. Ermitteln Sie die Verteilungs– und Dichtefunktion der Lebensdauer des Systems. Wie groß ist der Median?

**6.** Die folgenden fünf Beobachtungen:

$$x_1 = 1.25, \quad x_2 = 1.34, \quad x_3 = 1.40, \quad x_4 = 1.05, \quad x_5 = 1.56$$

stammen aus einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}} I_{(1,\infty)}(x)$$

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert für den Parameter $\theta$.

./.

**7.** Zwei unabhängige Experimente erbrachten zusammengefaßt das folgende Ergebnis:

| | Exp. 1 | Exp. 2 |
|---|---|---|
| Stichprobenumfang | 10 | 15 |
| Stichprobenmittel | 90 | 87 |
| Stichprobenstreuung | 5 | 4 |

Ermitteln Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Differenz $\delta = \mu_1 - \mu_2$ der beiden Mittelwerte. Unterscheiden sich die Mittelwerte signifikant? (*Hinweis*: Gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen mit $\sigma_1 = \sigma_2$ aus.)

**8.** Stammen die folgenden 80 Beobachtungen aus einer Poissonverteilung mit dem Mittelwert $\mu = 1$ ?

| Klasse | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 25 | 30 | 17 | 5 | 2 | 1 |

Nehmen Sie den (einfachen) Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 5\%$) und die Klasseneinteilung:

$$\{0\},\ \{1\},\ \{2\},\ \{3, 4, \ldots\}$$

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Fr 7. Dez. 2007 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

**Mündliche Prüfung:** Fr 14. Dez. 2007
In die aufliegende Liste eintragen!

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2–stündig mit Unterlagen

7. Nov. 2007

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die Lebensdauer (Einheit: Jahre) einer bestimmten Hardwarekomponente folgt einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \left(K - \frac{x}{50}\right) I_{(0,10)}(x)$$

Bestimmen Sie $K$ und ermitteln Sie die Verteilungsfunktion (+ Skizze). Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es innerhalb der ersten 5 Jahre zu keinem Ausfall?

**2.** Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Lebensdauer von **Bsp 1**.

**3.** Ein neues Virus attackiert einen Folder bestehend aus 200 Files. Jedes File wird – unabhängig von den anderen – mit Wahrscheinlichkeit 0.2 befallen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden weniger als 50 Files befallen? (*Hinweis:* Zentraler Grenzverteilungssatz mit Stetigkeitskorrektur)

**4.** Die gemeinsame Dichte von $(X, Y)$ sei $f(x, y) = C(x+y)$ für $(x, y) \in (0,1)\times(0,1)$ und $f(x, y) = 0$ sonst. Welchen Wert hat die Konstante $C$ ? Sind $X$ und $Y$ unabhängig?

**5.** Ein System bestehe aus fünf hintereinander geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern (Einheit: Tage) der Komponenten seien unabhängige, auf dem Intervall $(0, 1000)$ stetig uniform verteilte, sGn. Ermitteln Sie die Verteilungs- und Dichtefunktion sowie den Median der Lebensdauer des Systems.

**6.** Die folgenden drei Beobachtungen:

$$x_1 = 0.4, \quad x_2 = 0.7, \quad x_3 = 0.9$$

stammen aus einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$$

Bestimmen Sie den plausiblen Schätzwert für den Parameter $\theta\,(> 0)$.

./.

**7.** Zwei Server A und B stehen zur Auswahl. Für die Entscheidung, welcher der beiden schneller ist, wird ein bestimmter Algorithmus 20 Mal auf Server A und 30 Mal auf Server B ausgeführt, mit dem folgenden Ergebnis:

| | Server A | Server B |
|---|---|---|
| Stichprobenmittel | 6.7 min | 7.5 min |
| Stichprobenstreuung | 0.8 min | 1.2 min |

Gibt es hinsichlich der mittleren Ausführungszeit einen signifikanten Unterschied? Nehmen Sie $\alpha = 5\%$ und gehen Sie von normalverteilten Beobachtungen (mit $\sigma_A = \sigma_B$) aus.

**8.** Ein Würfel wird 120 Mal geworfen, mit dem folgenden Ergebnis:

| Augenzahl | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 26 | 27 | 23 | 15 | 9 | 20 |

Ist der Würfel symmetrisch? Nehmen Sie zur Beantwortung den Chiquadrat–Anpassungstest (mit $\alpha = 5\%$). (*Extrapunkt*: Wie lauten passende R–Commands zur Durchführung des Tests?)

<u>Bitte beachten:</u> Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

| **Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:** |
|---|
| Fr 9. Nov. 2007 ab 15:00 (Aushang am Institut) |
| Telefonische Auskunft: 58801–10724 |
| **Mündliche Prüfung:** Fr 23. Nov. 2007 |
| In die aufliegende Liste eintragen! |

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung, schriftl. Prüfung: W. Gurker
2-stündig mit Unterlagen

9. Okt. 2007

---

(Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.)

**1.** Bei einer Serviceeinrichtung wird man mit Wahrscheinlichkeit 1/4 sofort bedient oder man hat eine auf dem Intervall $(0, 15]$ (Minuten) uniform verteilte Wartezeit. Bestimmen und zeichnen Sie die Verteilungsfunktion. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wartet man noch mindestens weitere 5 Minuten, wenn man bereits 5 Minuten gewartet hat?

**2.** Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Streuung der Wartezeit von **Bsp 1**.

**3.** Ein symmetrischer Würfel mit 4 Seiten (Tetraeder) wird 50 Mal geworfen und $S$ ist die Summe der geworfenen Augenzahlen. Mit welcher (approximativen) Wahrscheinlichkeit ist $S$ größer als 140 ? (*Hinweis:* Zentraler Grenzverteilungssatz mit Stetigkeitskorrektur)

**4.** Die gemeinsame Dichte von $(X, Y)$ sei $f(x, y) = c$ für $0 < y < x < 2$ und $f(x, y) = 0$ sonst. Bestimmen Sie die Konstante $c$ und die beiden Randdichten von $X$ und $Y$. Sind $X$ und $Y$ unabhängig?

**5.** Ein System bestehe aus fünf in Serie geschalteten Komponenten. Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängige exponentialverteilte sGn mit denm gleichbleibenden Mittelwert von 2000 Stunden. Bestimmen Sie die Verteilungs- und Dichtefunktion sowie den Mittelwert der Lebensdauer des Systems.

**6.** Die folgenden sechs Beobachtungen:

$$0.805,\ 0.260,\ 0.453,\ 0.373,\ 0.106,\ 0.044$$

stammen aus einer Verteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \theta(1 - x)^{\theta - 1} I_{(0,1)}(x)$$

Bestimmen Sie für den Parameter $\theta (> 0)$ den plausiblen Schätzwert (mit Herleitung).

./.

**7.** Einem Los von elektronischen Baulelementen wurden zu Prüfzwecken zufällig 8 Stück entnommen und der elektrische Widerstand gemessen (in $\Omega$):

$$803 \quad 1071 \quad 1098 \quad 1029 \quad 918 \quad 839 \quad 1080 \quad 1079$$

Ermitteln Sie ein 95%-Konfidenzintervall für den Mittelwert $\mu$. Gehen Sie dabei von normalverteilten Beobachtungen aus.

**8.** Stammen die folgenden Daten von einer Poissonverteilung $P_3$ mit Mittelwert 3 ? (*Hinweis:* Chiquadrat-Anpassungstest mit $\alpha = 5\%$. Nehmen Sie die Klassen $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6, 7, \ldots\}$.)

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 6 | 13 | 29 | 17 | 14 | 8 | 6 | 4 | 2 | 1 |

(*Extrapunkt:* Wie lauten passende R-Commands zur Durchführung des obigen Tests?)

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnise auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Fr 12. Okt. 2007 ab 15:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801-10724
**Mündliche Prüfung:** Di 16. u. Mi 17. Okt. 2007
In die aufliegenden Listen eintragen!

Schriftliche Prüfung

# Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Studienrichtung: Informatik
Vorlesung: o.Prof. R. Viertl
Übung/schriftl. Prüfung: W. Gurker
2-stündig mit Unterlagen

20. Juni 2007

---

[Pro Beispiel 2 Punkte; insgesamt wenigstens 8 Punkte.]

**1.** Die Dichtefunktion einer sG $X$ sei gegeben durch:

$$f(x) = kx^2(3-x)I_{[0,3]}(x)$$

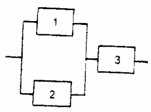
Bestimmen Sie die Konstante $k$ und stellen Sie die Dichte graphisch dar. (*Bem.*: Eine hinreichend genaue Skizze genügt.) Wie lautet die Verteilungsfunktion?

**2.** Bestimmen Sie den Modus (Modalwert), den Mittelwert und die Varianz der sG $X$ von **Bsp 1**.

**3.** Die gemeinsame Dichte $f(x,y)$ von $(X,Y)$ sei konstant gleich $c$ auf dem Bereich $0 < y < x < 1$ (und gleich 0 sonst). Bestimmen Sie die Konstante $c$ und die beiden Randdichten von $X$ und $Y$. Sind $X$ und $Y$ unabhängig?

**4.** Die Widerstandswerte dreier in Serie geschalteter Ohm'scher Widerstände folgen unabhängigen Normalverteilungen mit den Mittelwerten 200, 300 und 500 $\Omega$ und den Standardabweichungen 5, 10 und 20 $\Omega$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Gesamtwiderstand größer als 1020 $\Omega$ ?

**5.** Die logische Struktur eines Systems sei wie unten dargestellt. Die Lebensdauern $X_i$ der Komponenten seien unabhängig und identisch exponentialverteilt mit Mittelwert 300 Stunden. Bestimmen Sie die Verteilungs- und Dichtefunktion der Lebensdauer $X$ des Systems. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das System länger als 200 Stunden funktionsfähig?




./.

**6.** Bei einer Meinungsbefragung zur Akzeptanz des EURO wurden 80 Personen befragt. Davon beurteilten 52 den EURO als „vorteilhaft“ und 28 Personen als „nicht vorteilhaft“. Ermitteln Sie ein (approximatives) 90%–Konfidenzintervall für den Anteil der EURO–Befürworter in der Gesamtbevölkerung.

**7.** Die folgenden 15 Beobachtungen stammen aus einer Normalverteilung:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.85 | 3.22 | 2.02 | 0.35 | 3.29 | 2.05 | 3.52 | 0.94 | 0.27 | 0.30 |
| 4.32 | 0.53 | 3.19 | 5.19 | 3.10 | | | | | |

Es wird vermutet, daß der Mittelwert $\mu = 2$ beträgt. Testen Sie die Hypothese mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit 1. Art von 5%.

**8.** Bei 240 Würfen mit einem Würfel ergaben sich 35 Einser, 43 Zweier, 39 Dreier, 45 Vierer, 44 Fünfer und 34 Sechser. Deutet dieses Ergebnis darauf hin, daß der Würfel nicht ausbalanciert ist?

Bitte beachten: Schreiben Sie a l l e Rechenschritte und Zwischenergebnisse auf die beiliegenden Blätter. Lediglich hingeschriebene Ergebnisse – auch wenn sie richtig sein sollten – werden nicht gewertet!

**Ergebnisse der schriftlichen Prüfung:**
Mi 27. Juni 07 ab 16:00 (Aushang am Institut)
Telefonische Auskunft: 58801–10724

**Mündliche Prüfung:** Mo 2. u. Di 3. Juli 07
In die aufliegenden Listen eintragen!