1. Eine Stichprobe unter den bestbezahlten Fußballspielern wurde im Jahr 2010 erhoben und unter anderem das Jahreseinkommen (in Mio. Pfund) erfragt.

	Name	Einkommen	Herkunft
1	Ronaldo	11.3	Europa
2	Ibrahimovic	10.4	Europa
3	Eto-o	9.1	Afrika
4	Messi	9.1	Amerika
5	Kaka	8.7	Amerika
6	Adebayor	7.4	Afrika
7	Bezema	7.4	Europa
8	Tevez	7.0	Amerika
9	Ronaldinho	6.5	Amerika
10	Terry	6.5	Europa
11	Lampard	6.5	Europa
12	Xavi	6.5	Europa
13	Henry	6.5	Europa
14	Gerrard	6.5	Europa
15	Alves	6.1	Europa
16	Ballack	5.6	Europa
17	Ferdinand	5.6	Europa
18	Raul	5.6	Europa
19	Toure	5.6	Europa
20	Kanoute	5.2	Afrika
21	Robinho	5.2	Amerika
22	Casilas	5.2	Europa
23	Deco	5.2	Europa
24	Valdez	5.2	Europa
25	Rooney	5.2	Europa
26	Drogba	4.8	Afrika

$n_{europa} = 17$

a) Mit den log-normalverteilten Daten: Überprüfen Sie grafisch mit einem Wahrscheinlichkeitsnetz, ob die logarithmierten Jahreseinkommen der Spieler mit Herkunftsland Europa normalverteilt sind. Schätzen Sie das Mittel und die Standardabweichung der log-Jahreseinkommen dieser Spieler unter Verwendung des Wahrscheinlichkeitsnetzes. (3)

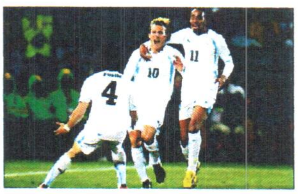
b) Überprüfen Sie die logarithmierten Jahreseinkommen (unter Normalverteilungsannahme), ob für die amerikanischen und afrikanischen Fußballer die Varianzen übereinstimmen (Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$). (2)

c) Testen Sie (unter Normalverteilungsannahme der logarithmierten Werte) für die Einkommen der europäischen Spieler, ob das mittlere Jahreseinkommen kleiner als 8 Mio Pfund ist (Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$). (2)

(Lösungsblatt: Wert der Teststatistik aus b, Wert der Teststatistik aus c)

2. Die Überwachung der Lauffreudigkeit von Fußballspielern stellt heutzutage kein technisches Problem mehr dar und es ist state-of-the-art diese Daten für wichtige Spieler zu sammeln. Man schätzt, dass während eines Weltmeisterschafts-Fußballspieles ein Mittelfeldspieler im Durchschnitt neun bis elf Kilometer zurücklegt.

Aus taktischen Überlegungen erwägt der Trainer der Mannschaft von Deutschland einen defensiven zentralen und möglichst lauffreudigen Mittelfeldspieler (einen Ausputzer) einzusetzen um die Angriffslinien der Mannschaft von USA zu stören.



Von zwei in Frage kommenden Spielern liegen die Ergebnisse (Anzahl an gelaufenen Kilometern) für Fußballspiele in der Vergangenheit vor. Das Resultat lautet wie folgend:

```
        Two Sample t-test

data:  km by Spieler
t = -0.269, df = 123, p-value = 0.6057
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
```

```
 -2.86   Inf
sample estimates:
mean in group Spieler1 mean in group Spieler2
                  9.88                  10.28
```

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? (Signifikanzniveau 5%)

(a) Der Absolutwert der Teststatistik ist 1.96. —

(b) Die Nullhypothese lautet, dass die Stichprobenmittel gleich sind. kleiner gleich (+)

(c) Das angegebene Konfidenzintervall beschreibt einen Inverallschätzer für ein Mittel=0. (−)

(d) Das Testresultat zeigt, dass die Kilometerleistung von Spieler 1 groesser ist als von Spieler 2. —

(e) Der statistische Output des Programmes besagt, dass die Daten auf ganze Kilometer vorhanden waren oder gerundet wurden. —

(2.5)

(Lösungsblatt ankreuzen(!), zB ein Plus wenn korrekt und ein Minus wenn nicht korrekt. Minus 1 Punkt pro falscher Antwort.)

3. Über die Zuverlässigkeit spezieller Computerbauteile eines Herstellers wurde in einer Zeitschrift eine Häufigkeitstabelle veröffentlicht. Die Lebensdauer wurde in folgender Klasseneinteilung ausgegeben:

	Klasse	Lebensdauer	Anzahl
1	K1	(0,10]	16
2	K2	(10,20]	15
3	K3	(20,30]	8
4	K4	(30,50]	27
5	K5	(50,100]	75
6	K6	(100,150]	68
7	K7	(150,200]	88
8	K8	(200,250]	85
9	K9	(250,400]	147

Unter Verwendung dieser Klasseneinteilung prüfe man, ob die Lebensdauer X von Computerteilen dieses Typs als normalverteilt mit Mittel $\hat{x} = 219.23$ und Varianz $s^2 = 19791.83$ (beide wurden aus der Stichprobe geschätzt) angesehen werden können. Man wähle das Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.
Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Wahrscheinlichkeit bezgl. jeder Klasse, z.B. $P(20 < X \leq 30)$, unter der Annahme $X \sim N(\bar{x}, s^2)$.
(Lösungsblatt: Kritischer Wert und Wert der Teststatistik)

(4)

4. Wer erinnert sich an die Trötkonzerte während der Weltmeisterschaft in Südafrika? Vuvuzelas, diese berühmt berüchtigten Trompeten der Fußballfans in Südafrika stellen eine hohe Lärmbelastung dar (bis 143 Dezibel), die möglicherweise zu Gehörschäden bei Stadionbesuchern führen.
Vuvuzelas sind aus Polyethylen gefertigt. Bei sachgemäßer Verwendung kann damit ein Dauerschallpegel von bis ca. 105 db mit einer einzigen Vuvuzela erreicht werden. Zwar werden in Südafrika Ohrenstöpsel - sogenannte Vuvu-Stopper oder Tulazela - angeboten, die aber aufgrund einer hohen Nachfrage größtenteils schon ausverkauft sind.
In der Medizin geht man davon aus, dass ab 102 db Dauergehörschäden bei den Stadionbesuchern auftreten können.

Eine gemittelte Lautstärkemessung an 23 Zeitpunkten während eines Weltmeisterschaftsspieles in Südafrika (hypothetische Werte) ergab folgende Abweichungen (in dB) vom zumutbaren Durchschnittswert 102dB

Zeit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Abweichung	-8	-5	-9	-4	-12	-15	-17	18	13	7	3	14	6	-4	-3

Zeit	16	17	18	19	20	21	22	23
Abweichung	-2	4	10	27	28	11	17	12

Es kann angenommen werden, dass die Daten normalverteilt sind.

Wird der zumutbare Wert im Schnitt überschritten? (Signifikanzniveau 0.01)
(Lösungsblatt: Wert der Teststatistik)

(2.5)

5. Ein begeisteter Fußballfan gibt bei der Fußballweltmeisterschaft in Brasilien Tipps ab, wobei er die Ziffern 0 (Unentschieden), 1 (erstgenannte Mannschaft gewinnt), 2 (letztgenannte gewinnt) unter Zuhilfenahme der Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$P(X = k) = \begin{cases} 1/4 + ak + bk^2 & k = 0, 1, 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verteilt. Die Größen a und b hält er geheim. Es ist aber bekannt, dass für seine Tipps ausserdem $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ gilt. Bestimmen Sie a und b sowie die zugehörige Verteilungsfunktion (+ graphische Darstellung!). (4)
(Lösungsblatt: a und b)