Bitte leserlich mit Füllfeder oder Kugelschreiber schreiben (*kein Bleistift*)!
Für die Multiple-Choice Fragen: Jede richtige Antwort zählt positiv, jede falsche Antwort negativ! (Punkteabzug)

Beispiel 1: 16.5 **(30 Punkte)**

Logikbasierte Wissensrepräsentation:

a) Sei ϕ eine geschlossene prädikatenlogische Formel, die eine Wissensbasis darstellt, und sei ψ eine geschlossene prädikatenlogische Formel, die eine Anfrage repräsentiert. Ihr Chef kaufte einen Theorembeweiser für Prädikatenlogik, der auf dem Tableaukalkül in Negationsnormalform basiert. Sie sollen nun eine Übersetzung angeben, die Entailment-Probleme der Form $\phi \models \psi$ in einen Input verwandelt, der von dem Solver akzeptiert wird.

Geben Sie Ihre Übersetzung an und beschreiben Sie die Übersetzungsschritte möglichst detailiert. Erklären Sie auch die logische Beziehung zwischen den Inputs and den Outputs der einzelnen Schritte.

(Let the closed first-order formula ϕ represent a knowledge base and let the closed first-order formula ψ represent a query. Your boss bought a first-order theorem prover based on the tableau calculus in negation normal form. You are asked to develop a translation of entailment probems of the form $\phi \models \psi$ into an input which is understood by the solver.

Specify the translation and describe the translation steps in detail. Clarify the logical relation between the inputs and outputs of the steps.)

(5 Punkte)

2

1.) $\phi \models \psi \Rightarrow \models \phi \rightarrow \psi$ (Deduktionstheorem) [wenn $\phi \rightarrow \psi$ is valid, dann gilt $\phi \models \psi$]

2.) $\models \phi \rightarrow \psi \Rightarrow \models \neg\phi \vee \psi$ (logische Äquivalenz)

3.) $\models \neg\phi \vee \psi \Rightarrow \not\models \neg(\neg\phi \vee \psi)$ (validity $\Rightarrow$ unsat., da TC nur bei unsat. sicher completed) [$(\neg\phi \vee \psi)$ is valid wenn $\neg(\neg\phi \vee \psi)$ unsat.]

Zfg

4.) $\not\models \neg(\neg\phi \vee \psi) \Rightarrow \not\models \phi \wedge \neg\psi$ (logische Äquivalenz, De Morgan)

Input für TC: ~~$\phi \wedge \neg\psi$~~ unf$(\phi \wedge \neg\psi)$ (wenn alle Branches closen $\Rightarrow$ unsat., $\Rightarrow \phi \rightarrow \psi$ valid $\Rightarrow$ $\phi \models \psi$)

ψ und unf(ψ) ?

Zshg

3

b) Kreuzen Sie Zutreffendes an (ϕ und ψ sind Formeln):

(Check the correct answer (ϕ and ψ are formulas):)

1. Wenn die Formel ψ erfüllbar, aber nicht gültig ist, so ist $\psi \to \neg\psi$ ebenfalls erfüllbar.
   (If the formula ψ is satisfiable but not valid, then $\psi \to \neg\psi$ is also satisfiable.)
   richtig ☒ falsch ☐

2. Wenn $\phi \models \psi$ gilt, so sind alle Modelle von ψ auch Modelle von ϕ.
   (If $\phi \models \psi$ holds, then all models of ψ are models of ϕ.) richtig ☐ falsch ☒

ϕ	ψ	$\phi \to \neg\psi$	
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0

3. Wenn die Formel $\phi \to \neg\psi$ gültig ist, dann ist auch $\phi \vee \psi$ erfüllbar.
   (If $\phi \to \neg\psi$ is valid, then $\phi \vee \psi$ is satisfiable.) richtig ☒ falsch ☐

4. Wenn die Formel $\phi \to \psi$ gültig und $\neg\psi$ erfüllbar, aber nicht gültig ist, so muss ϕ unerfüllbar sein. $\not\to \psi$ —"—, —"—"—
   (If the formula $\phi \to \psi$ is valid and $\neg\psi$ is satisfiable, but not valid, then ϕ must be unsatisfiable.) richtig ☒ falsch ☐

(8 Punkte)

c) Zeigen Sie die folgenden Aussagen mittels Semantik:

(Prove the following using semantics:)

1. $\phi \models \psi$ gdw $\models \phi \to \psi$
   ($\phi \models \psi$ iff $\models \phi \to \psi$)

(10 Punkte)

2. $\models \phi \to \psi$ gdw $\phi \wedge \neg\psi$ unerfüllbar ist.
   ($\models \phi \to \psi$ iff $\phi \wedge \neg\psi$ is unsatisfiable.)

(7 Punkte)

1.) $\Rightarrow$: Ann.: $\not\models \phi \to \psi$: $\boxed{(\neg B \to \neg A)}$

es existiert Interpretation I f. die gilt: $I \not\models \phi \to \psi$, daher $I \models \phi$ und $I \not\models \psi$,

dann ist $Mod(\phi) \not\subseteq Mod(\psi)$, daraus folgt $\phi \not\models \psi$

$\Leftarrow$: $\boxed{(\neg A \to \neg B)}$

Ann.: $\phi \not\models \psi$:

via Definition von $\models$: $Mod(\phi) \not\subseteq Mod(\psi)$, daher existiert eine Interpretation I für die gilt $I \models \phi$, $I \not\models \psi$, daraus folgt $I \not\models \phi \to \psi$,

$\not\models \phi \to \psi$

2.) $\models \phi \to \psi$ bedeutet $(\phi \to \psi) =$ Tautologie

3.5

$\models \neg\phi \vee \psi$

$\boxed{A \to B}$: $\models \phi \to \psi$, $\Rightarrow$ $\models \phi \to \psi$, $\Rightarrow$ $\models \neg\phi \vee \psi$ $\Rightarrow$ (De Morgan) $\not\models \phi \wedge \neg\psi$

$\Rightarrow$ $\phi \wedge \neg\psi$ ist unerfüllbar

$\boxed{B \to A}$: $\phi \wedge \neg\psi$, $\Rightarrow$ $\not\models \neg(\neg\phi \vee \psi)$ $\Rightarrow$ $\not\models \neg(\phi \to \psi)$, $\Rightarrow$ $\models \phi \to \psi$

2c) $\models \left\{ \begin{array}{l} \exists x Q(x) \\ P(a), \\ \neg Q(b), \\ \forall x (\neg P(x) \vee Q(x)) \end{array} \right\}$

$P(a)$
$P(b)$
$P(c)$
$\cancel{Q(a)}$
$\cancel{Q(b)}$
$Q(c)$

21.5

Beispiel 2: **(30 Punkte)**

Nichtmonotones Schließen:

wo?

a) Was versteht man unter der *Nichtmonotonie* einer Inferenzrelation?

(What is meant by the *nonmonotonicity* of an inference relation?)

wenn durch hinzufügen von zusätzlichem Wissen, vorher inferiertes Wissen nicht mehr inferiert werden kann

inc?

2.1

(5 Punkte)

b) Geben Sie eine aussagenlogische Theorie T an, sodass folgende zwei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind:

(Specify a propositional theory T such that the following two conditions are both satisfied at the same time:)

(i) die CWA von T ist inkonsistent,
(the CWA of T is inconsistent,)

(ii) die CWA von T relativ zu p ist konsistent (wobei p ein Atom ist).
(the CWA of T relative to p is consistent (where p is an atom).)

5

$T = \{a \vee b\}$ $(T \models a \vee b, T \not\models a, T \not\models b)$

$CWA = \{a \vee b, \neg a, \neg b\}$

~~$T = \{a \vee b\}$ $CWA^b = \{a \vee b\}$~~ CWA relativ zu b ist konsistent

(5 Punkte)

c) Gegeben ist folgende Wissensbasis T über einer Sprache mit den einzigen Konstantensymbolen a, b und c, dem Variablensymbol x und den einzigen Prädikatensymbolen P und Q:

(Consider the following knowledge base over a language containing only the constant symbols a, b, and c, the variable symbol x, and the predicate symbols P and Q:)

$$T = \{\exists x Q(x), P(a), \neg Q(b), \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))\}.$$

Geben Sie die Elemente der *Closed-World Assumption* CWA(T) von T an, indem Sie folgende Gleichungen ergänzen:

(Give the elements of the *closed-world assumption* CWA(T) of T by completing the following equations:)

$$T_{asm} = \{\neg Q(b), \neg P(b), \neg P(c), \neg Q(c)\}.$$ 1

$$\mathrm{CWA}(T) = \{\psi \mid \psi \in Cn(T \cup T_{asm}) \text{ und } \psi \text{ is closed}\}.$$ 2

(4 Punkte)

d) Geben Sie die Definition des *klassischen Redukts* Δ_E einer Menge Δ von geschlossenen Defaults bezüglich einer Menge E von geschlossenen Formeln an.

(Give the definition of the *classical reduct* Δ_E of a set Δ of closed defaults relative to a set E of closed formulas.)

(4 Punkte)

$$\Delta_E = \left\{ \frac{a}{b} \;\middle|\; \frac{a : c_1 \ldots c_n}{b} \in \Delta \text{ und } \{\neg c_1, \ldots, \neg c_n\} \cap E = \emptyset \right\}$$

4

e) Gegeben seien folgende Mengen (p, q, r und s sind aussagenlogische Konstanten):
(The following sets are given (p, q, r and s are propositional constants):)

$$\Delta = \left\{ \frac{r : \neg s}{\neg p}, \frac{s, q : \neg r}{r}, \frac{\neg r : q, s}{s}, \frac{: \neg s}{p}, \right\}$$

$$W_1 = \{r\}, \qquad W_2 = \{r, \neg p\}, \qquad W_3 = \{s, q\}.$$
$$E_1 = Cn(W_1 \cup \{\neg q, p\}), \qquad E_2 = Cn(W_2), \qquad E_3 = Cn(W_3 \cup \{\neg r, p\}).$$

– Geben Sie die *klassischen Redukte* Δ_{E_i} von Δ bezüglich den Mengen E_i an, für $i = 1, 2, 3$.
(Specify the *classical reducts* Δ_{E_i} of Δ w. r. t. the sets E_i with $i = 1, 2, 3$.)

$\Delta_{E_1} = \{ \frac{r}{\neg p}, \frac{\neg r}{s}, \frac{}{p}, r \}$ 1 $E_1' = \{r, \neg p, p$

$\Delta_{E_2} = \{ \frac{r}{\neg p}, \frac{\neg r}{s}, \frac{}{p} \}$ 2 $E_2' = \{r, \neg p, p\}$

$\Delta_{E_3} = \{ \frac{s, q}{r}, \frac{\neg r}{s}, \}$ 2 $E_3' = \{s, q, r$

(6 Punkte)

– Markieren Sie die korrekten Aussagen:
(Check the correct propositions:)

1. E_1 ist eine Extension der Default Theorie $T_1 = (W_1, \Delta)$.
   (E_1 is an extension of the default theory $T_1 = (W_1, \Delta)$.) ☐ richtig ☒ falsch
2. E_2 ist eine Extension der Default Theorie $T_2 = (W_2, \Delta)$.
   (E_2 is an extension of the default theory $T_2 = (W_2, \Delta)$.) ☐ richtig ☒ falsch
3. E_3 ist eine Extension der Default Theorie $T_3 = (W_3, \Delta)$.
   (E_3 is an extension of the default theory $T_3 = (W_3, \Delta)$.) ☐ richtig ☒ falsch

2

(6 Punkte)

17

Beispiel 3: **(30 Punkte)**

Answer-Set Programming (ASP):

a) Sei M eine Interpretation und P ein grundiertes Programm.
(Let M be an interpretation and P a ground program.)

1. Definieren Sie den Begriff des *Reduktes* P^M.
(Define the *reduct* P^M.)

$P^M = \{ a_1 \vee \ldots \vee a_n :- b_1, \ldots, b_m \mid a_1 \vee \ldots \vee a_n :- b_1, \ldots, b_m, not\ b_{m+1}, \ldots, not\ b_k \in P$ und
$\{\neg b_{m+1}, \ldots, \neg b_k\} \cap M = \emptyset \}$

2. Wann ist M ein *Answer Set* von P?
(When is M an *answer set* of P?)

Wenn es ein Modell von P^M ist und minimal ist

7

(8 Punkte)

b) Betrachten Sie folgendes Programm (a, b, c, d sind Grundatome):
(Consider the following program (a, b, c, d are ground atoms):)

$$
\begin{aligned}
P = \{ & a \vee \neg c :- , \\
& c \vee \neg d :- , \\
& c \vee a :- b , \\
& a \vee b :- \}
\end{aligned}
$$

Geben Sie eine Menge Q von Constraints an sodass $P \cup Q$ nur $\{a, c\}$ als Answer Set besitzt.
(Determine a set Q of constraints such that $P \cup Q$ has only $\{a, c\}$ as its answer set.)

$Q = \{ \neg b, d \}$

c) Was versteht man unter einer *abduktiven Diagnose* eines abduktiven Diagnose Problems $\langle H, T, O \rangle$?

(Explain the notion of an *abductive diagnosis* for an abductive diagnosis problem $\langle H, T, O \rangle$.)

Es gibt eine Diagnose S für die gilt

$S \subseteq H$ und $T \cup S \models O$

5

(5 Punkte)

d) In welcher Weise kann ein grundiertes, normales Program P als Default Theorie T übersetzt werden, sodass die Answer Sets von P zu den Extensionen von T korrespondieren?

(In which way can a ground, normal program P be translated into a default theory T such that the answer sets of P correspond to the extensions of T?)

P: Menge von Rules r

r: $a_1 \vee \ldots \vee a_n$:- $b_1, \ldots, b_m$, not $b_{m+1}, \ldots$ not b_k

$= \delta_r$: $\dfrac{b_1, \ldots, b_m : b_{m+1}, \ldots, b_k}{a_1, \ldots, a_n}$

Δ_P: Menge von δ_r für jedem $r \in P$

3

(5 Punkte)

e) Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu?
(Which of the following properties hold?)

1. In ASP entsprechen Beweise, und nicht Modelle, der Lösung eines Suchproblems.
(In ASP, proofs constitute the answer of search problems, not models.)
richtig ☐ falsch ☒
2. Jedes Answer Set eines Programms P ist ein klassisches Modell von P.
(Each answer set of a program P is a classical model of P.) richtig ☒ falsch ☐
3. Das Programm $P = \{a \vee b \text{ :- }, a \vee c \text{ :- }\}$ hat zwei Answer Sets.
(The program $P = \{a \vee b \text{ :- }, a \vee c \text{ :- }\}$ has two answer sets.)
richtig ☐ falsch ☒

(6 Punkte)

2

30

Beispiel 4: **(30 Punkte)**

Probabilistisches Schließen (Uncertainty):

a) Was versteht man unter dem Begriff *Marginalisierung* im probabilistischen Schließen? Geben Sie ein kurzes Beispiel.

(What is the concept of *marginalisation* in probabilistic reasoning? Give a short example.)

Marginalisierung ist die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten über einem Subset der Variablen

z.B.: $P(\text{cavity}) = P(\text{cavity}, \neg\text{toothache}) + P(\text{cavity}, \text{toothache})$

6

(6 Punkte)

b) Leiten Sie das *Bayes'sche Gesetz* aus der Produktregel her.

(Derive *Bayes' rule* from the product rule.)

$$P(C|E) = \frac{P(E|C) \cdot P(C)}{P(E)}$$

$$P(C,E) = P(E,C) \Rightarrow P(C|E) \cdot P(E) = P(E|C) \cdot P(C) \quad | : P(E)$$

$$\Rightarrow P(C|E) = \frac{P(E|C) \cdot P(C)}{P(E)}$$

6

(6 Punkte)

c) Was ist ein *Bayes'sches Netz* (Grundidee, Komponenten)? Welche Unabhängigkeitsannahmen gelten in einem Bayes'schen Netz?

(What is a *Bayesian network* (basic idea, components)? What independency relations underly the construction of a Bayesian network?)

Komponenten:

Knoten: Wahrscheinlichkeitsvariablen $V_1 \ldots V_i$

Kanten: dependency relations

Jeweils Angabe der conditional Probability $P(V \mid \text{Parents}(V))$

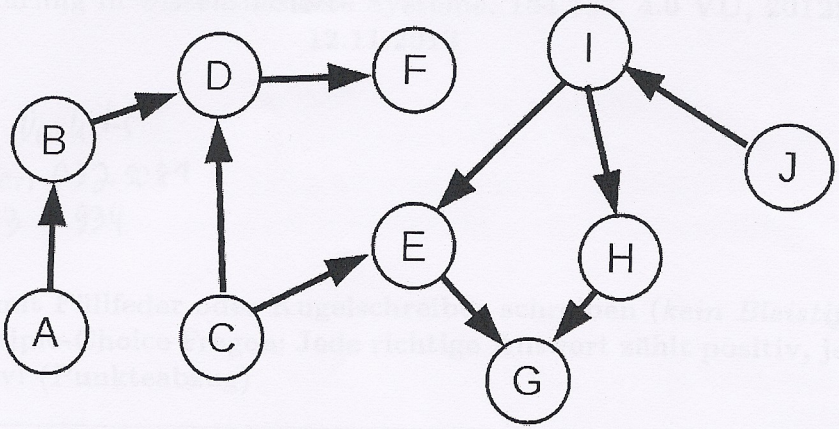
Independency:

V is conditionally independent of its non-descendants E given evidence Parents(V)

8

(8 Punkte)

d) Gegeben ist folgender Graph eines *Bayes'schen Netzes*:
(Consider the following graph of a *Bayesian network*:)



Welche der folgenden Eigenschaften treffen zu:
(Which of the following properties hold:) $E \to G \leftarrow H$, $E \leftarrow I \to H$

1. E ist nicht bedingt unabhängig von H bei Evidenz B.
   (E is not conditionally independent of H by given evidence B.) richtig ☒ falsch ☐

2. F ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz B. $A \to B \to D \to F$
   (F is conditionally independent of A by given evidence B.) richtig ☒ falsch ☐

3. D ist bedingt unabhängig von A bei Evidenz J. $A \to B \to D$
   (D is conditionally independent of A by given evidence J.) richtig ☐ falsch ☒

4. C ist bedingt unabhängig von H bei Evidenz D. $C \to E \to G \leftarrow H$, $C \to E \leftarrow I \to H$
   (C is conditionally independent of H by given evidence D.) richtig ☒ falsch ☐

(10 Punkte)

10