

- 1) Untersuchen ob die folgenden Vektorfelder Gradientenfelder sind und gegebenenfalls die Stammfunktionen angeben:

$$\vec{f}(x,y) = \begin{pmatrix} xye^{\frac{x^2}{2}} \\ e^{\frac{x^2}{2}} + \frac{1}{y} - 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g}(x,y) = \begin{pmatrix} ye^{\frac{x^2}{2}} \\ e^{\frac{x^2}{2}} - \frac{1}{y} + 5 \end{pmatrix}$$

- 2) a)  $y'' - 2y' + 2y = 0$   
 b)  $y'' - 2y' + 2y = x$
- 3) Interpolationspolynom nach LaGrange für (0,8) , (2,4) , (4,20) und (6,3) von höchstens drittem Grad ermitteln
- 4) Der Mittelwertsatz der Integralrechnung:  
 • Formulierung, Zeichnung, Beweisskizze  
 • Ferner berechne man den Mittelwert einer Funktion  $f(x)$  auf einem Intervall  $[a, b]$  für ein selbst gewähltes Beispiel.
- 5) War schon mal, genau dasselbe:

5. Beantworten Sie die nachstehenden Fragen zu den Extrema der Funktion

$$f(x,y) = e^x (x^3 - 5x^2 + 7x + y^2 - 7)$$

(bitte ankreuzen):

Für das Aufsuchen von lokalen Extrema von $f$ ist die Bedingung $\text{grad } f = 0$	<input checked="" type="checkbox"/> notwendig <input type="checkbox"/> hinreichend <input type="checkbox"/> notwendig und hinreichend	✓
In stationären Punkten von $f$ gilt	<input type="checkbox"/> $f = 0$ <input checked="" type="checkbox"/> $f_x = f_y = 0$ <input type="checkbox"/> $f_{xx} = f_{xy} = f_{yy} = 0$	✓
Im Punkt (0,0) liegt ein *)	<input type="checkbox"/> lokales Minimum <input checked="" type="checkbox"/> lokales Maximum <input type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion $f$ .	
Im Punkt (3,0) liegt ein *)	<input checked="" type="checkbox"/> lokales Minimum <input type="checkbox"/> lokales Maximum <input type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion $f$ .	✓
Im Punkt (-1,0) liegt ein *)	<input type="checkbox"/> lokales Minimum <input type="checkbox"/> lokales Maximum <input checked="" type="checkbox"/> Sattelpunkt der Funktion $f$ .	
In einem lokalen Minimum von $f$ ist die Hesse-Matrix $H_f$	<input checked="" type="checkbox"/> positiv definit <input type="checkbox"/> negativ definit <input type="checkbox"/> indefinit	✓ X
Jedes lokale Extremum ist stets auch ein globales Extremum:	<input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein	✓
Zur Bestimmung von Extrema mit Nebenbedingungen verwendet man die Methode der	<input type="checkbox"/> Trennung der Variablen <input type="checkbox"/> kleinsten Quadrate <input checked="" type="checkbox"/> Lagrange'schen Multiplikatoren	✓

\*) Hinweis: Die Funktion besitzt drei stationäre Punkte (0,0), (3,0), (-1,0), ferner ist  $f_{yy} = 2e^x$  und die Determinante der Hesse-Matrix  $H_f$  beträgt  $\det H_f = 2e^{2x} (x^3 + x^2 - 7x - y^2 - 3)$ .

Zeit: 100 Minuten