6	[7]	[7]
7	[10]	[7]
8	[15]	[ø]
9	[16]	[ø]
Summe	[100]	[34]

Buch, Mitschriften, Ausdrucke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

---

1. (12 Punkte) Ermitteln Sie für die folgende Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ mittels KV-Diagramm eine minimale *konjunktive* Form.

8

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1,x_2,x_3,x_4)$
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

KF: 0er

	$\neg x_4$	x_4	x_4	$\neg x_4$	
$\neg x_3$	0	1	X	0	x_2
x_3	X	X	1	0	x_2
x_3	1	1	1	0	$\neg x_2$
$\neg x_3$	1	0	0	X	$\neg x_2$
	x_1	x_1	$\neg x_1$	$\neg x_1$	

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) =$ $(\neg x_4 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_3 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee$

$\wedge (x_1 \vee x_4)$

5

2. *(10 Punkte)* Bringen Sie den folgenden Ausdruck für die Variablen a, b und c durch Um
in die (kanonische) disjunktive Normalform.

$$f(a,b,c) = (a \wedge b) \vee \neg(a \vee \neg b)$$

✓ $(a \wedge b \wedge (c \vee \neg c)) \vee$

✓ $(\neg a \wedge \neg b \wedge (c \vee \neg c))$

DNF

DNF: jede Va
1x vorhand
Konjunktio
verknüpft
dh hierm

5

2\. *(10 Punkte)* Bringen Sie den folgenden Ausdruck für die Variablen a, b und c durch … in die (kanonische) disjunktive Normalform.

$$f(a,b,c) = (a \wedge b) \vee \neg(a \vee \neg b)$$

$(a \wedge b \wedge (c \vee \neg c)) \vee$

$(\neg a \wedge \neg b \wedge (c \vee \neg c))$

DNF: jede … Ax vorhanden … Konjunktion … verknüpft, … die hiermit …

DNF

3\. *(10 Punkte)* Überprüfen Sie, ob der folgende Ausdruck eine Tautologie darstellt. Geben Sie Zwischenschritte an!

$$f(a,b,c) = \neg[\neg(b \rightarrow a) \vee (a \wedge \neg b) \vee (a \leftrightarrow b)] \rightarrow (a \wedge c)$$

$e_1 \Leftrightarrow e_2 : (e_1 \rightarrow e_2) \wedge (e_2 \rightarrow e_1)$

$e_1 \rightarrow e_2 : (\neg e_1 \vee e_2)$

$))] \vee (a \wedge c$

$\cancel{\neg\neg}[\neg(\neg b \vee a) \vee (a \wedge \neg b) \vee ((\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a))] \vee (a \wedge c$

$\Rightarrow [(b \wedge \neg a) \vee (a \wedge \neg b) \vee ((\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a))] \vee (a \wedge c$

a	b	c	$b \wedge \neg a$	$a \wedge \neg b$	$\neg a \vee b$	$\neg b \vee a$	$a \wedge c$	F
t	t	t	t	f	t	t	t	t
t	t	f	t	f	t	t	f	t
t	f	t	f	t	f	t	t	t
t	f	f	f	t	f	t	f	t
f	t	t	f	f	t	f	f	t
f	t	f	f	f	t	f	f	t
[illegible]	f	t	f	f	t	t	f	t
[illegible]	f	f	f	f	t	t	f	[illegible]

4. *(10 Punkte)* Die minimale disjunktive Form der Booleschen Funktion $f(a, b, c, d)$ ist $a \wedge \neg b$.

(a) *(4 Punkte)* Aus *welchen* Mintermen besteht die (kanonische) DNF von f?

$a \wedge \neg b$

(b) *(3 Punkte)* Aus *wievielen* Maxtermen besteht die (kanonische) KNF von f?

2 (bzw im WorstCase 4)

(c) *(3 Punkte)* Wie lautet die minimale konjunktive Form von f?

$\neg a \vee b$

0

(10 Punkte) Wandeln Sie die Zahl

$$(30C.56A)_{16}$$

n die folgenden Zahlensysteme um:

C=12
A=10

(a) Binärsystem:

11.00.00.11.00,01.01.01.10.10.10

2

Quaternärsystem (Basis = 4): $= 2^2$

30030,223110 2

1 1 1 2 2 2.

6. *(7 Punkte)* Warum wird eine Gleitpunktzahl so codiert, dass der Exponent zwischen Vorzeichen und Mantisse steht?

7

um größere Zahl ausfindig zu machen &
Rechenregeln in richtiger Reihenfolge anzuwenden

---

7. *(10 Punkte)* Stellen Sie die folgende Zahl im IEEE 754 *Single Precision* Format dar:

explizit

7

$$(+1027.4375)_{10}$$

1) Normalisieren
2) Exp 127
3) Runden

1027 : 2 = 513   1
513 : 2 = 256   1
256 : 2 = 128   0
128 : 2 = 64   0
0

0,4375 · 2 = 0,8750   0
0,8750 · 2 = 1,7500   1

6. *(7 Punkte)* Warum wird eine Gleitpunktzahl so codiert, dass der Exponent zwischen Vorzeichen und Mantisse steht?

7

um größere Zahl ausfindig zu machen ? Rechenregeln in richtiger Reihenfolge anzuwenden

---

7. *(10 Punkte)* Stellen Sie die folgende Zahl im IEEE 754 *Single Precision* Format dar:

explizit

7

$$(+1027.4375)_{10}$$

1) Normalisieren
2) Exp 127
3) Runden

1027:2 = 513 1
513:2 = 256 1
256:2 = 128 0
128:2 = 64 0
64:2 = 32 0
32:2 = 16 0
16:2 = 8 0
8:2 = 4 0
4:2 = 2
2:2 = 1 0
1:2 = 0 1

0,4375 · 2 = 0,8750 0
0,8750 · 2 = 1,7500 1
0,75 · 2 = 1,5 1
0,5 · 2 = 1 1

→ $10000000011,0111_2$ →
$1,000000000110111 \cdot 2^{10}$

  0111 1111
+   1010
1000 1001

EXP MANT (23 Bit)
1000 1001 110,1110000000000000000000

8. *(15 Punkte)* Gegeben ist das Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$, das eine Formatbreite von 16 Bit besitzt und eine implizite Darstellung der führenden '1' verwendet. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktzahlensystem analog zum IEEE 754 *Single Precision* Format aufgebaut.

0

Berechnen Sie das Produkt $A * B$ für folgende Zahlen:

$$A = 0\ 01010\ 1100011100$$
$$B = 0\ 10100\ 0010000000$$

Runden Sie das Ergebnis mittels *round to nearest/round away from zero* und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Format dar.

1) Mant multiplizieren
2) Exp addieren; - Exzess = 15 = 1111

A B
1100011100 . 0010000000

1100011100
00000000000
000000000000
1100011100
110111111100

→ A 01010 = 10
B 10100 = 20
11110 = 30 - 15
- 01111
01111 = 15 ✓

→ VZ EXP MANT (11 Bit) GES
0 01111 11011111111 | 00

9. *(16 Punkte)* Gegeben ist ein Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 3, 0, 1, true)$, das analog zu IEEE 754 eine implizite Darstellung des ersten Bits benutzt und Sonderwerte mit den speziellen Exponentenwerten $e_{min} - 1$ und $e_{max} + 1$ codiert.

$\emptyset$

(a) *(3 Punkte)* Wieviele Bits werden für Vorzeichen, Exponent und Mantisse im angegebenen Gleitpunktsystem benötigt?

Insges. 3 Bit für Mantisse zur Verfügung, wobei 1 Bit für VZ. 1 Bit für Exponent

(b) *(3 Punkte)* Welchen Wert müssen Sie für den Exzess verwenden, um die angegebenen Exponentenwerte im vorgegebenen Gleitpunktsystem zu codieren?

$\emptyset$

(c) *(6 Punkte)* Geben Sie eine Auflistung der *Codierungen* aller in diesem Gleitpunktsyst[em] darstellbaren *normalisierten* negativen Zahlen.

1|01
1|10
1|11

(4 Punkte) Geben Sie eine Auflistung der *Codierungen* aller in diesem Gleitpu[nktsystem] darstellbaren *denormalisierten* positiven Zahlen (inklusive 0).

0|00
0|01
0|10
0|11

8. *(15 Punkte)* Gegeben ist das Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$, das eine Formatbreite von 16 Bit besitzt und eine implizite Darstellung der führenden '1' verwendet. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktzahlensystem analog zum IEEE 754 *Single Precision* Format aufgebaut.

Berechnen Sie das Produkt $A * B$ für folgende Zahlen:

$$\begin{aligned} A &= 0\ 01010\ 1100011100 \\ B &= 0\ 10100\ 0010000000 \end{aligned}$$

Runden Sie das Ergebnis mittels *round to nearest/round away from zero* und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Format dar.

$$\begin{aligned} A * B &= 1.1100011100 \times 1.0010000000 = 1.1111111111 \mid 1 \mid 0 \mid s = 0 \\ A * B &= 10.0000000000 \times 2^0 \quad \Rightarrow \text{aufgerundet (round away from Zero)} \\ A * B &= 1.0000000000 \quad \times 2^1 \quad \text{nocheinmal normalisiert} \end{aligned}$$

$$\text{Exp.} = 2^{-5} \times 2^5 \times \underbrace{2^1}_{\text{Norm nach Round}} = 2^0 \times 2^1 = 2^1 = \left\{ \begin{array}{r} 01010 \\ +10100 \\ \hline 11110 \\ -01111 \\ \hline 01111 \\ +00001 \\ \hline 10000 \end{array} \right\}$$

$$\text{Codiert:} \quad A * B = 0\ 10000\ \underbrace{0000000000}_{10\times}$$