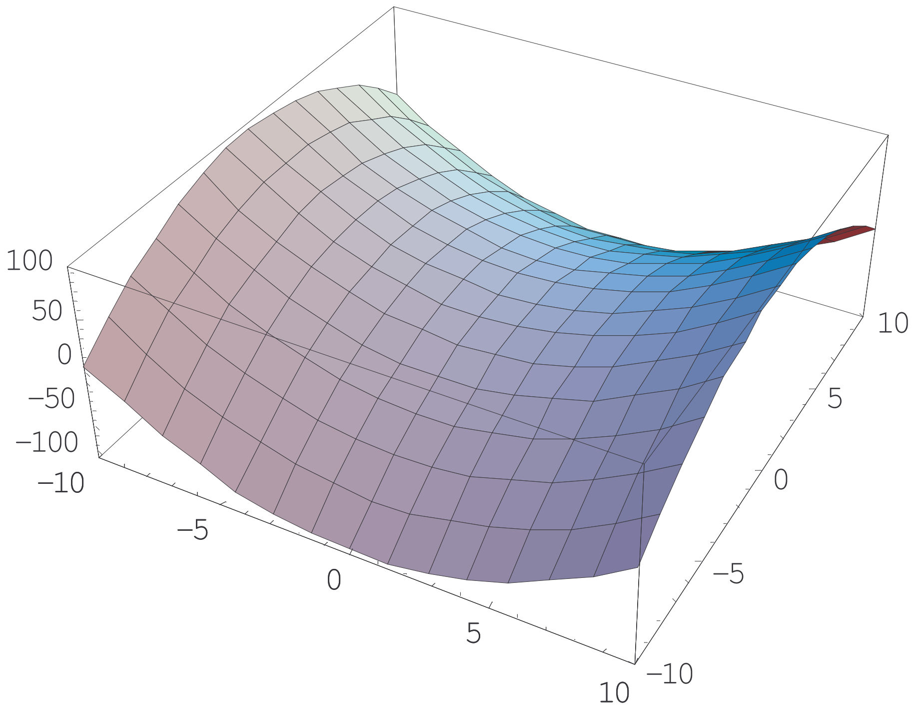
1. Man stelle den Definitionsbereich und Wertebereich folgender Funktion fest und beschreibe die Höhenlinien:

(a) $z = x^2 - y^2$, **Definitionsbereich** $D = \mathbb{R}^2$, **Wertebereich** $\mathbb{R}$

```
Plot3D[x^2 - y^2, {x, -10, 10}, {y, -10, 10}]
```



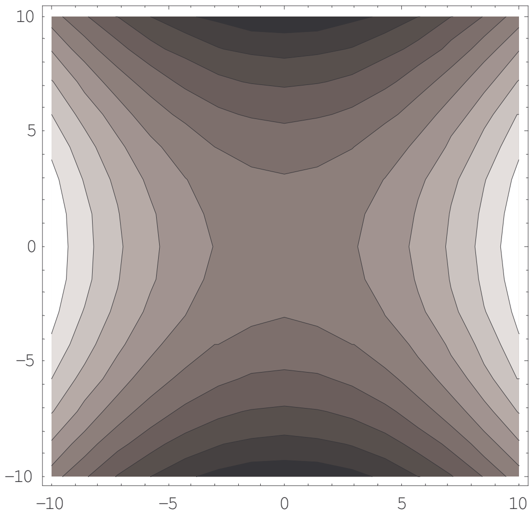
Höhenlinien (Hyperbel):

$z = z_0 : z_0 = x^2 - y^2$

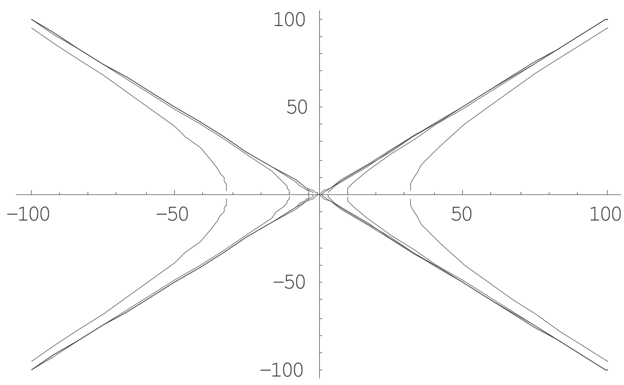
$y^2 = x^2 - z_0$

$y = \pm\sqrt{x^2 - z_0}$

```
ContourPlot[x^2 - y^2, {x, -10, 10}, {y, -10, 10}]
```




```
Plot[{√x^2 - 0, -√x^2 - 0, √x^2 - 2, -√x^2 - 2,
  √x^2 - 10, -√x^2 - 10, √x^2 - 100, -√x^2 - 100,
  √x^2 - 1000, -√x^2 - 1000}, {x, -100, 100}];
```



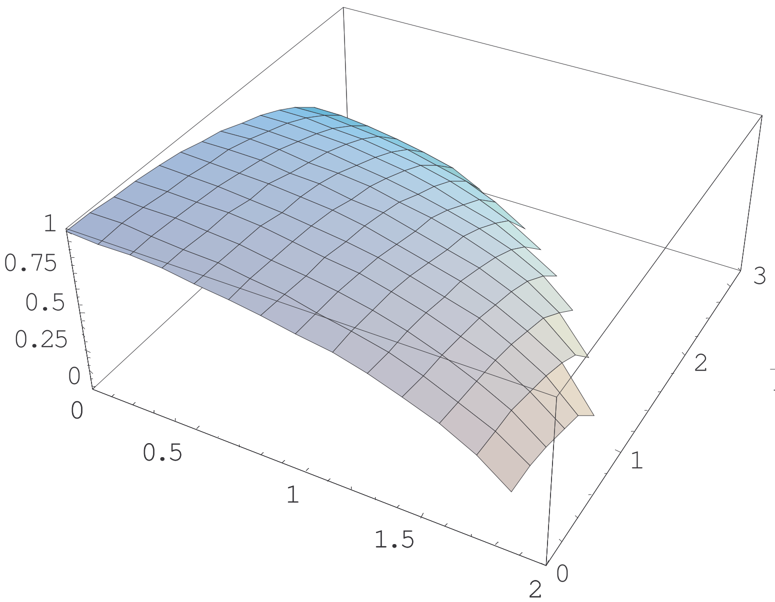
(b) $z=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}}$

$$z=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}} \to 1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9} \leq 1$$

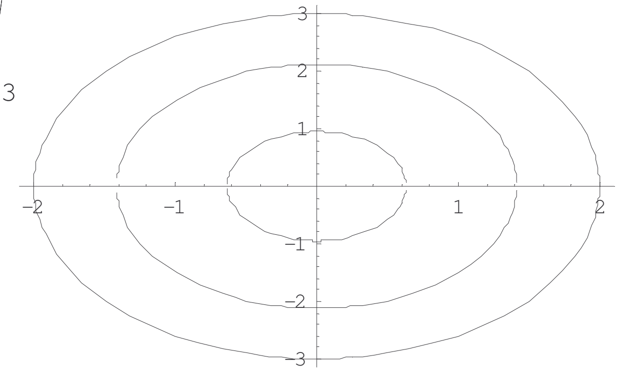
Definitionsbereich $D=\left\{(x,y)\in R^2 \mid \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9} \leq 1\right\}$

Wertebereich: unter Wurzel immer ≥ 0, im Fall Wurzel = 0 ist z = 0 (kleinster z-Wert), größtmöglichste Wert unter der Wurzel =1, also ist z = 1 → W = [0,1]

```
Plot3D[√(1 - x^2/4 - y^2/9), {x, 0, 2}, {y, 0, 3}]
```



$$\text{Plot}\left[\left\{3\sqrt{1-\frac{y^\wedge 2}{4}}, -3\sqrt{1-\frac{y^\wedge 2}{4}}, 3\sqrt{0.1-\frac{y^\wedge 2}{4}}, -3\sqrt{0.1-\frac{y^\wedge 2}{4}}, 3\sqrt{0.5-\frac{y^\wedge 2}{4}}, -3\sqrt{0.5-\frac{y^\wedge 2}{4}}\right\}, \{y, -2, 2\}\right];$$

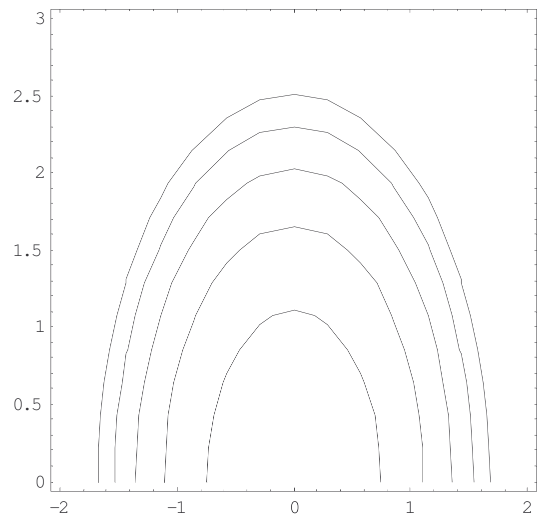


Höhenlinien (Ellipse):

$z=z_0 : z_0=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}}$

$z_0^{\,2}=1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}$

```
ContourPlot[√(1 - x^2/4 - y^2/9),
  {x, -2, 2}, {y, 0, 3}]
```



$\left(1-z_0^{\,2}-\frac{x^2}{4}\right)\cdot 9 = y^2$

$y=\pm\sqrt{\left(1-z_0^{\,2}-\frac{x^2}{4}\right)\cdot 9} = \pm 3\cdot\sqrt{1-z_0^{\,2}-\frac{x^2}{4}}$

es wird eine Konstante definiert $c=1-z_0^{\,2}$,
wobei $c\in[0,1]$ ist, da sich z_0 nur zw. 0 und 1 bewegen kann

die maximalste Höhenlinie ist bei c = 1, da wären bei ± 2 eine Nullstelle, bei y = 3 wird die y-Achse geschnitten.