Beispiel 452 (MA1 Sammlung)

LVA 118.153, Übungsrunde 4, 05.04.

Markus Nemetz, markus.nemetz@tuwien.ac.at, TU Wien, 03/2006

1 Angabe

Man berechne:

$$\int_0^{\pi/4} \tan^2 x \, dx$$

2 Theoretische Grundlagen - Summationsregel

Sind $f_1(x)$ und $f_2(x)$ in $[a, b]$ stetig, so gilt dort

$$\int [(c_1 \cdot f_1(x) + c_2 \cdot f_2(x))] \, dx = c_1 \cdot \int f_1(x) \, dx + c_2 \cdot \int f_2(x) \, dx$$

3 Lösung des Beispiels

3.1 Variante 1

$$\int_0^{\pi/4} \tan^2 x \, dx \underbrace{=}_{Umformen} \int_0^{\pi/4} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \, dx =$$

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} - \int_0^{\pi/4} 1 \, dx = (\tan x - x)|_0^{\pi/4}$$

Grenzen einsetzen: Ergibt $1 - \frac{\pi}{4}$

3.2 Variante 2

Wenn man das Grundintegral

$$\int (1 + \tan^2 x \, dx) = \tan x + c$$

kennt, kann man das Beispiel auch auf andere Weise lösen:

$$\int_0^{\pi/4} \tan^2 x \, dx = \int_0^{\pi/4} (1 + \tan^2 x - 1) \, dx = \int_0^{\pi/4} (1 + \tan^2 x) \, dx - \int_0^{\pi/4} 1 \, dx = \tan x - x$$

4 Lösung mit Matlab

Benötigt 'symbolic math toolbox':

```
» syms x;
» f=tan(x)*tan(x);
» int(f,x,0,pi/4)
ans =
1-1/4*pi
```