1. UE-Test in Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik UE 2021W - Gruppe G

10.11.2021

35 Minuten Arbeitszeit, keine Hilfsmittel erlaubt

1. (7 Punkte) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Ungleichung $2n < 2^n$ erfüllt? Zeigen Sie die Ungleichung für diese $n \in \mathbb{N}$ mittels vollständiger Induktion. Geben Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises mit ihrer Bezeichnung an.

2. (a) (3 Punkte) Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus den $\mathrm{ggT}(122, 42)$.

   (b) (4 Punkte) Bestimmen Sie unter Benützung von Punkt (a) ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit
   $$122x + 42y = 2.$$

3. (6 Punkte) Überprüfen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel die Gültigkeit der Äquivalenz
   $$a \wedge (b \wedge \neg c) \iff \neg((a \Rightarrow \neg b) \Rightarrow c).$$
   Dabei seien a, b und c Aussagenvariablen. Geben Sie auch an, wie Sie die Gültigkeit aus der Wahrheitstafel ablesen können.

1. UE-Test in Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik UE 2021W - Gruppe H

10.11.2021

35 Minuten Arbeitszeit, keine Hilfsmittel erlaubt

1. (7 Punkte) Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist die Ungleichung $3n < 3^n$ erfüllt? Zeigen Sie die Ungleichung für diese $n \in \mathbb{N}$ mittels vollständiger Induktion. Geben Sie dabei alle Elemente eines Induktionsbeweises mit ihrer Bezeichnung an.

2. (a) (3 Punkte) Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus den $\mathrm{ggT}(147, 60)$.

   (b) (4 Punkte) Bestimmen Sie unter Benützung von Punkt (a) ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit
   $$147x + 60y = 3.$$

3. (6 Punkte) Überprüfen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel die Gültigkeit der Äquivalenz
   $$(\neg a \vee b) \vee c \iff (\neg(a \Rightarrow b)) \Rightarrow c.$$
   Dabei seien a, b und c Aussagenvariablen. Geben Sie auch an, wie Sie die Gültigkeit aus der Wahrheitstafel ablesen können.

1. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für I.u.WI

Gruppe I - Müllner

10.11.2021

Name:

Matrikelnummer:

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen. Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe	Punkte	Erreicht
1	7	
2	7	
3	6	
Gesamt	20	

Aufgabe 1: (7 Punkte)

Man beweise mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n}(3k-1)(3k+2) = 3n^3 + 6n^2 + n.$$

Dabei müssen alle Elemente eines Induktionsbeweises angeführt und die kennengelernten Bezeichnungen angegeben werden.

Aufgabe 2: (7 Punkte)

(a) (3 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus $d := ggT(522, 231)$.

(b) (4 Punkte) Unter Benützung von Punkt (a) bestimmen Sie ganze Zahlen x und y, sodass $522x + 231y = 6$.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Identität mittels einer Elementtafel oder geben Sie ein konkretes Gegenbeispiel an:

$$(A \setminus B) \cap C = A \setminus (B \cap C).$$

1. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für I.u.WI
Gruppe J - Holzer
10.11.2021

Name:

Matrikelnummer:

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen. Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe	Punkte	Erreicht
1	7	
2	7	
3	6	
Gesamt	20	

Aufgabe 1: (7 Punkte)
Man beweise mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n}(3k-1)(3k+2) = 3n^3 + 6n^2 + n.$$

Dabei müssen alle Elemente eines Induktionsbeweises angeführt und die kennengelernten Bezeichnungen angegeben werden.

Aufgabe 2: (7 Punkte)

(a) (3 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus $d := ggT(522, 231)$.

(b) (4 Punkte) Unter Benützung von Punkt (a) bestimmen Sie ganze Zahlen x und y, sodass $522x + 231y = 6$.

Aufgabe 3: (6 Punkte)
Beweisen Sie die folgende Identität mittels einer Elementtafel oder geben Sie ein konkretes Gegenbeispiel an:

$$(A \setminus B) \cap C = A \setminus (B \cap C).$$

1. Übungstest aus Algebra und Diskrete Mathematik für I.u.WI
Gruppe L - Müllner
10.11.2021

Name:

Matrikelnummer:

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind genau zu begründen. Arbeitszeit: 35 Minuten

Aufgabe	Punkte	Erreicht
1	8	
2	6	
3	6	
Gesamt	20	

Aufgabe 1: (8 Punkte)
Man beweise mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)2^k = 2^{n+1}(n^2 - n + 2) - 4.$$

Dabei müssen alle Elemente eines Induktionsbeweises angeführt und die kennengelernten Bezeichnungen angegeben werden.

Aufgabe 2: (6 Punkte)
Bestimmen Sie $(1-i)^{10}$ und stellen Sie das Ergebnis in der Gauß'schen Zahlenebene dar.

Aufgabe 3: (6 Punkte)
Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie die Unlösbarkeit in $\mathbb{Z}$:

(a) (3 Punkte) $4x \equiv 5 \bmod 11$.

(b) (3 Punkte) $4x \equiv 5 \bmod 12$.

Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und WI - UE-Test 1 - Gruppe M

Familienname: Vorname:

Matrikelnummer:

(1) [7 Punkte] Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Gültigkeit der folgenden Summenformel für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k^2\,(k+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Dabei müssen alle Elemente eines Induktionsbeweises angeführt und die kennengelernten Bezeichnungen angegeben werden.

(2) [7 Punkte]

(a) Mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus bestimme man den $\mathrm{ggT}(114, 66)$.

(b) Unter Benützung von Punkt (a) ermittle man ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ (diese müssen explizit angegeben werden!), sodass:

$$114\,x + 66\,y = 6.$$

(3) [6 Punkte] Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Kongruenzen bzw. beweisen Sie die Unlösbarkeit in $\mathbb{Z}$:

(a) $4x \equiv 2 \bmod 8$.

(b) $4x \equiv 2 \bmod 7$.