Prüfungsbeispiel 14

4) In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, die 40%, 10%, 30% und 20% der Unterlagen wegordnen. Die Wahrscheinlichkeit, dass hierbei Fehler auftreten sind 0.01, 0.04, 0.06 und 0.10.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler gemacht wird?

$$P(A_1) = 0.40 \qquad P(B|A_1) = 0.01$$
$$P(A_2) = 0.10 \qquad P(B|A_2) = 0.04$$
$$P(A_3) = 0.30 \qquad P(B|A_3) = 0.06$$
$$P(A_4) = 0.20 \qquad P(B|A_4) = 0.10$$

Damit erhalten wir nach dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit zunächst.

$$P(B) = \sum_{i=1}^{4} P(B|A_i) \cdot P(A_i)$$
$$P(B) = 0.01 \cdot 0.40 + 0.04 \cdot 0.10 + 0.06 \cdot 0.30 + 0.10 \cdot 0.20$$
$$\underline{\underline{P(B) = 0{,}046}}$$

Die Wahrscheinlichkeit für das zufällige Ereignis B (Akt falsch abgelegt) beträgt damit 4,6%.

b) Es sei vorausgesetzt, dass ein Fehler aufgetreten ist. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte Sekretärin diesen Fehler gemacht hat?

Für die gesuchte Wahrscheinlichkeit $P(A_3|B)$ gilt nach dem <u>Satz von Bayes</u> :

$$P(A_3|B) = \frac{P(B|A_3) \cdot P(A_3)}{P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_3) \cdot P(A_3) + P(B|A_4) \cdot P(A_4)}$$

$$P(A_3|B) = \frac{0.06 \cdot 0.30}{0.046}$$
$$\underline{\underline{P(A_3|B) = 0.391}}$$