1

Ein Zug fährt mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 100\ km/h$; er wird durch eine Bremsung gleichmäßig verzögert und kommt nach $s_B = 500\ m$ zum Stillstand.

a.) Berechnen Sie die Bremszeit $t_B$ und die Bremsverzögerung $a$;

b) Stellen Sie die Bewegung im $t-s$, $t-v$, $t-a$ Diagramm dar.

Momentangeschwindigkeit $v = v_0 - at$

Bremszeit ist Zeit bis $v = 0$! $\quad 0 = v_0 - a t_B \Rightarrow$

$$t_B = \frac{v_0}{a} \quad \text{bzw.} \quad \underline{\underline{a = \frac{v_0}{t_B}}}$$

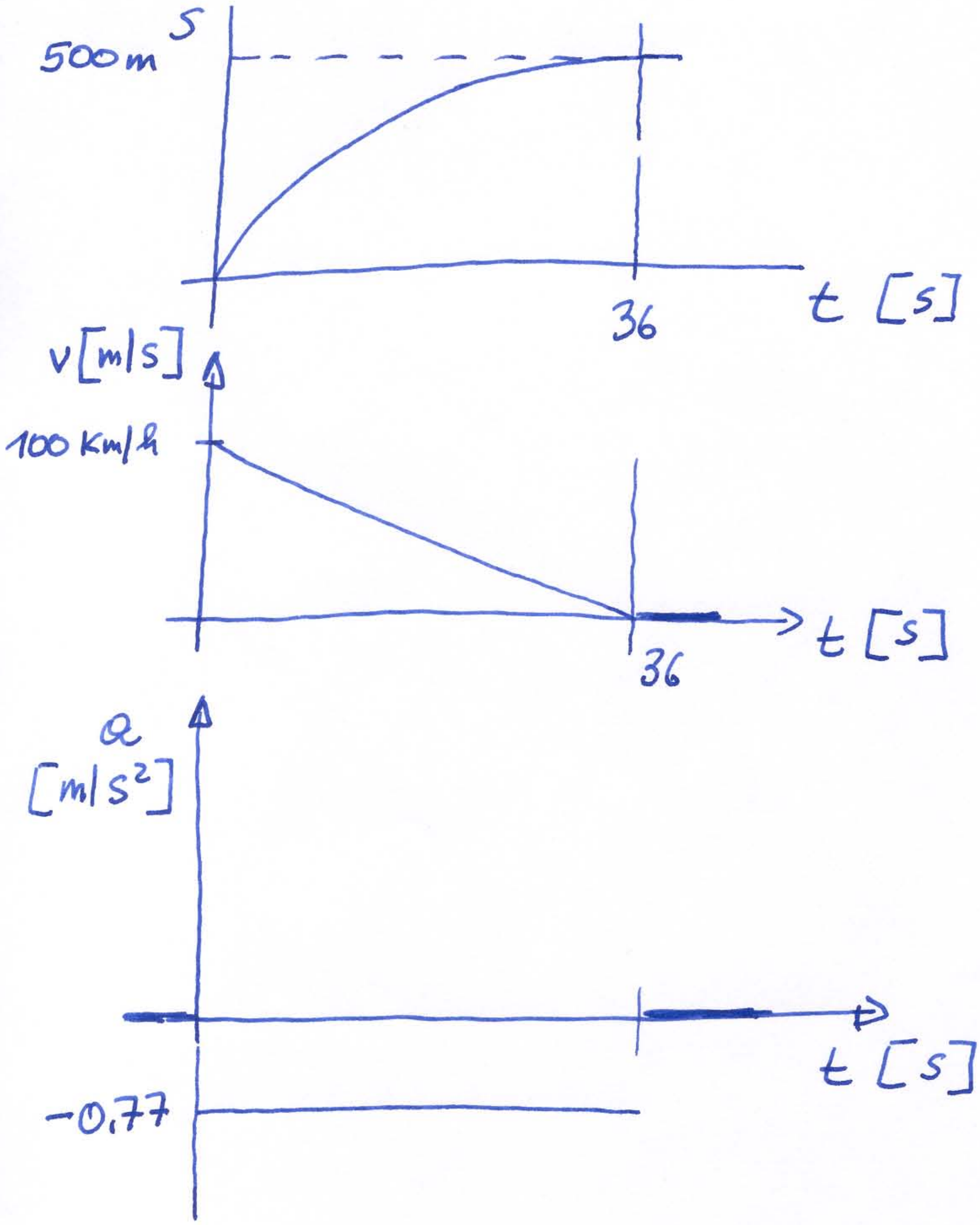
$$s = v_0 t - \frac{a}{2} t^2 \qquad (\text{„-" wegen Verzögerung})$$

$$s_B = v_0 t_B - \frac{1}{2}\frac{v_0}{t_B} t_B^2 = v_0 t_B - \frac{v_0 t_B}{2} = \frac{v_0 t_B}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{s} \ \underline{\underline{t_B}} = \frac{2 s_B}{v_0} = \frac{2 \cdot 500\ m}{\frac{100\ km/h}{3.6}} = \underline{\underline{36\ s}}$$

$$\underline{\underline{a}} = \frac{v_0}{t_B} = \frac{100\ km/h\ /\ 3.6}{36} = \frac{100}{36 \cdot 3.6} = \underline{\underline{0.77\ m/s^2}}$$

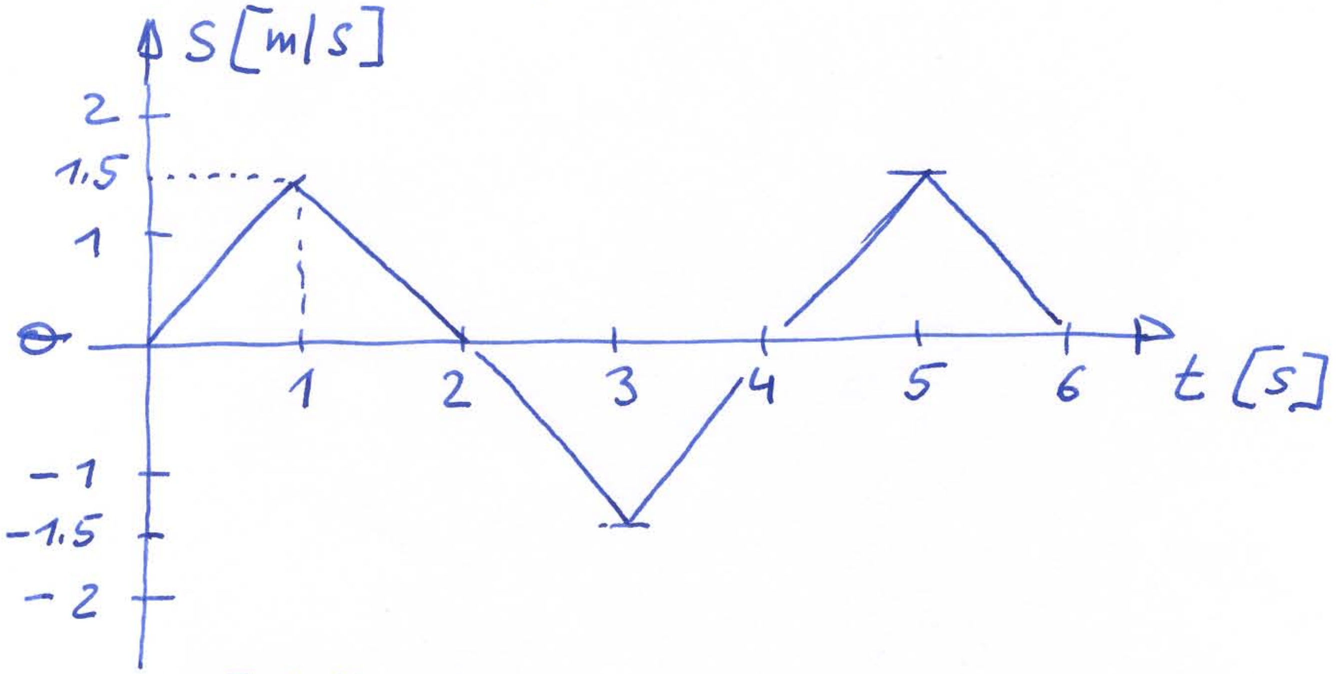
zu 1)

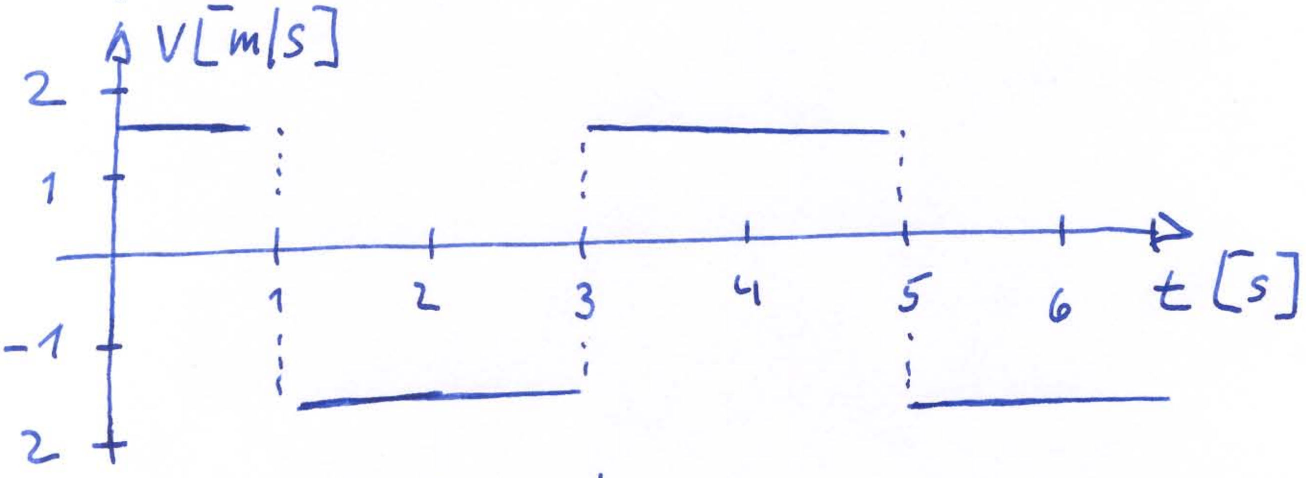


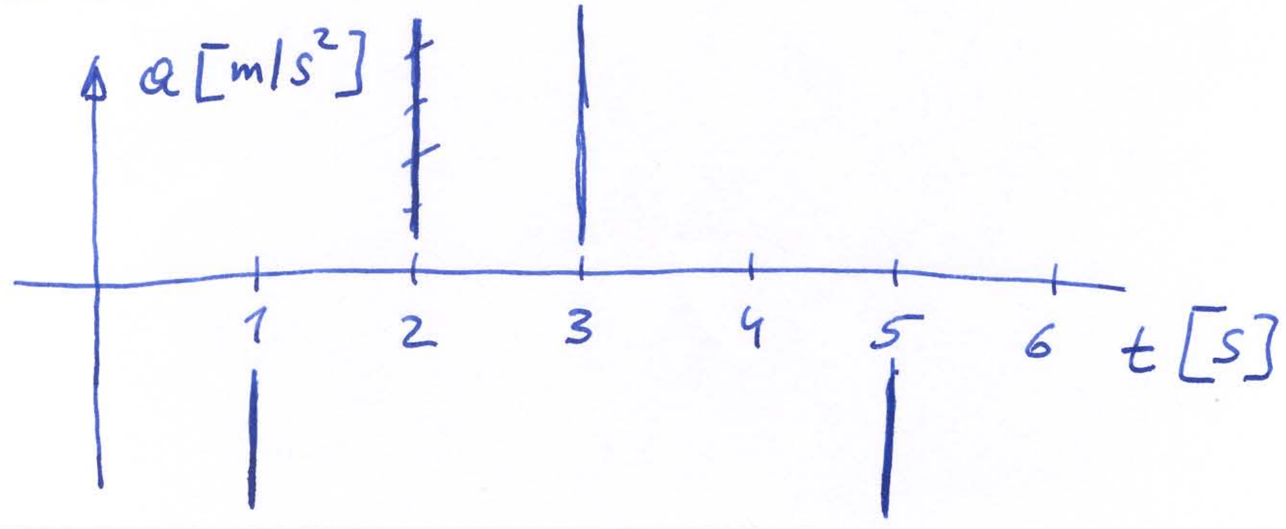
2) Die nachstehende Abbildung zeigt die Bewegung einer Stahlkugel.

a) beschreiben Sie die Bewegung der Kugel.

b) zeichnen Sie das t-v und das t-a Diagramm.



(3)

Bestimmen Sie die Entfernung eines geostationären Satelliten

Wir vergleichen mit Daten des Mondes

$T_M = 27$ Tage $\quad r_{ME} = 380\,000$ km

$T_{SAT} = 1$ Tag (damit stationär)

3. Keplersches Gesetz:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

$$r_{SAT} = r_{ME} \cdot \left(\frac{T_{SAT}}{T_M}\right)^{\frac{2}{3}} =$$

$$= r_{ME} \cdot \left(\frac{1\text{ Tag}}{27\text{ Tage}}\right)^{\frac{2}{3}} = r_{ME} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \underline{\underline{\frac{r_{ME}}{9}}} \approx \underline{\underline{42\,000 \text{ km}}}$$

(4) Es wird häufig die Ansicht vertreten, dass ein Frontalzusammenstoß von zwei Fahrzeugen gleicher Masse und gleicher Geschwindigkeit $|v_1| = 50\ km/h$ einem Auffahrunfall eines der Fahrzeuge mit $v_2 = 100\ km/h$ (auf starre Wand) entspricht.
Begründen Sie Ihre Antwort!

a) kin. Energie eines Fahrzeugs $E_K = \frac{m v_1^2}{2}$

beide Fahrzeuge: $E_{gesamt} = 2 E_K = m v_1^2$

beim Aufprall verteilen sich die Energien

$\Rightarrow$ Zerstörungsenergie $E_K = \frac{m v_1^2}{2}$ !!

b) $v_2 = 2 v_1$

$$E_k' = \frac{m v_2^2}{2} = \frac{4 m v_1^2}{2} = 4 E_K$$

Diese Energie wirkt auf ein Fahrzeug (starre Wand, ohne Deformation)

Obige Ansicht also falsch !!

(5) Ein massiver homogener Zylinder mit Masse $m = 10\,kg$ und Radius $r = 12\,cm$ rollt auf horizontaler Ebene mit Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2/s$.

Berechnen Sie die gesamte Bewegungs-energie des Zylinders.

(Trägheitsmoment des Zylinders: $I_z = \frac{1}{2} m r^2$ )

$$\underline{\underline{E_k}} = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2} \qquad v = \omega \cdot r$$

$$= \frac{m \omega^2 r^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2} = \qquad I = \frac{m r^2}{2} = \frac{10 \cdot 0.12^2}{2}$$

$$= \frac{10 \cdot 4 \cdot 0.12^2}{2} + \frac{0.072 \cdot 4}{2} =$$

$$= 0.288 + 0.144 = \underline{\underline{0.432 \text{ Joule}}}$$

6

Wasser in Warmwasseranlage

$p$ und $v$ in Rohr mit $\phi$ 2,6 cm

5 m oberhalb des Kellers,

im Keller: $v = 0.5$ m/s

$p = 3$ bar

$\phi = 4$ cm

(Rohre verzweigen sich nicht!)

Kontinuitätsgleichung:

$$v_2 \cdot A_2 = v_1 A_1$$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{v_1 \pi r_1^2}{\pi r_2^2} =$$

$$= 0.5 [m/s] \cdot \frac{2^2}{1.3^2} = 1,2 \text{ m/s}$$

Druck aus Bernoulli Gleichung

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g \cdot y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g (y_1 - y_2) + \frac{1}{2}\rho (v_1^2 - v_2^2)$$

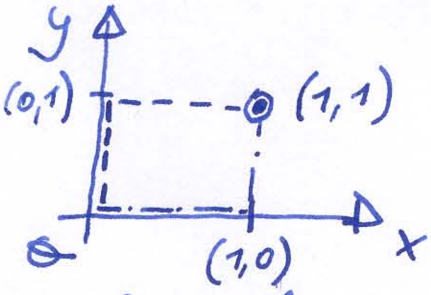
$$= 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 + 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (-5 \text{ m}) +$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 [(0.5 \text{ m/s})^2 - (1,2 (\text{m/s}))^2] =$$

$= 2.5$ bar

$$= 3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 - 4,9 \cdot 10^{+4} \text{ N/m}^2 - 6 \cdot 10^2 \text{ N/m}^2 = 2.5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

7

Kraft $\vec{F} = \begin{pmatrix} -x^2+y^2 \\ 3xy \end{pmatrix}$




Berechne das Linienintegral auf den gegebenen Wegen und vergleiche, ob die Arbeit übereinstimmt

$$A = \int_S \vec{F}\, d\vec{r} = \int_S F_x\, dx + F_y\, dy \,;$$

$$A_1 = \int_{(0,0)}^{(1,0)} F_x\, dx + \underbrace{\int_{(0,0)}^{(1,0)} F_y\, dy}_{=0 \text{ "y" ändert sich nicht}} + \underbrace{\int_{(1,0)}^{(1,1)} F_x\, dx}_{=0 \text{ "x" ändert sich nicht}} + \int_{(1,0)}^{(1,1)} F_y\, dy =$$

$$= \int_0^1 (y^2 - x^2)\, dx + \int_0^1 3xy\, dy =$$

$$= y^2 x - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \frac{3xy^2}{2} \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{7}{6}$$

$y=0 \qquad x=1$

$$A_2 = \underbrace{\int_{0,0}^{0,1} F_x\, dx}_{=0} + \int_{0,0}^{0,1} F_y\, dy + \int_{0,1}^{1,1} F_x\, dx + \underbrace{\int_{0,1}^{1,1} F_y\, dy}_{=0} =$$

$$= \int_0^1 3xy\, dy + \int_0^1 (y^2 - x^2)\, dx =$$

$x=0 \qquad y=1$

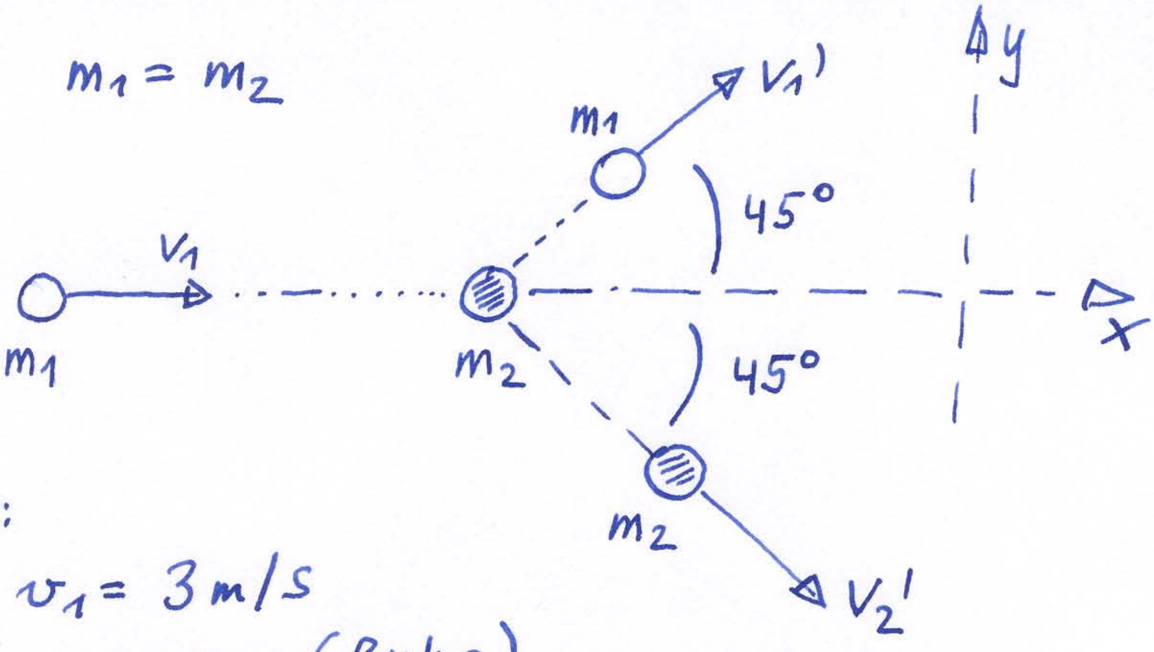
$$= \int_0^1 (y^2 - x^2)\, dx = y^2 x - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$y=1$

$A_1 \neq A_2$

8

$m_1 = m_2$




Start:

$m_1$: $v_1 = 3\,m/s$

$m_2$: $v_2 = 0$ (Ruhe)

$\Theta_1 = 45°$

$\Theta_2 = -45°$

IMPULSERHALTUNG

---

$$p_{ANF} = p_{ENDE}$$

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_1{}' + m_2 \vec{v}_2{}' \qquad (m_1 = m_2)$$

Impulsvektor bleibt erhalten.
daher: jede Komponente bleibt erhalten!

x-Richtung: $m v_1 = m v_1' \cos 45° + m v_2' \cos(-45°)$

y-Richtung: $0 = m v_1' \sin 45° + m v_2' \sin(-45°)$

m kürzen und $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$$\underline{\underline{v_2'}} = -v_1' \cdot \frac{\sin(45°)}{\sin(-45°)} = -v_1\left(\frac{\sin 45°}{-\sin 45°}\right)$$

$$= \underline{\underline{v_1'}}$$

wie vermutet: beide Geschwindigkeiten gleich groß!

(8a)

x-Komponente

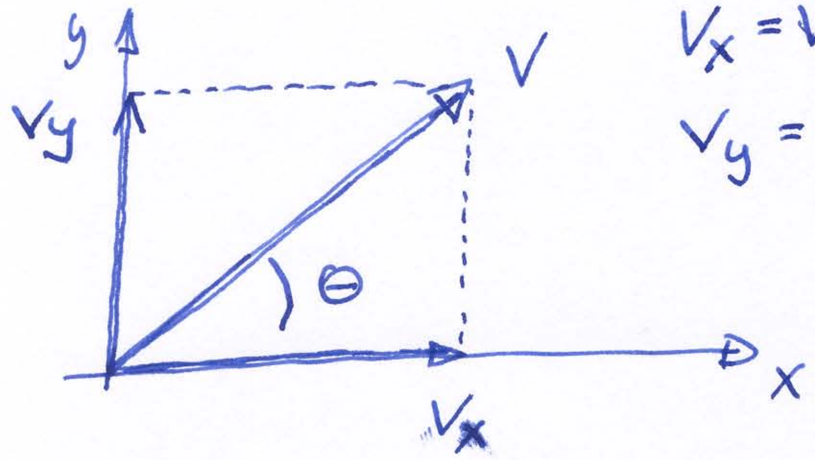
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$v_1 = v_1' \cos(45°) + v_2' \cos(-45°) =$$

$$= 2 v_1' \cos(45°) \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{v_1'}} = \frac{v_1}{2\cos(45°)} = \frac{3\ m/s}{2 \cdot 0{,}707} = \underline{\underline{2{,}1\ m/s}}$$

Beachte:




$$V_x = V\cos(\theta)$$

$$V_y = V\sin(\theta)$$