Geometrie für Informatik (104.319)

WS2016/17
Übungstest 1, Gruppe A
29.11.2016

Name	
Matrikelnr.	
Studienkenz.	

---

1 Aufgabe (10 Punkte)

Gegeben seien die Punkte $\in \mathbb{R}^3$:

$$A = (-1, 1, 1),\ B = (3, 2, 4),\ C = (7, 4, 7),\ P = (9, -4, 1).$$

(a) Die Punkte A, B und C definieren eine Ebene E. Bestimmen Sie die Ebenengleichung von E [**3P**].

(b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E [**3P**].

(c) Bestimmen Sie den Punkt $Q \neq P$ auf der Geraden durch A und P, der genauso weit von E entfernt ist wie P [**4P**].

---

2 Aufgabe (8 Punkte)

Sei $E \in \mathbb{R}^3$ eine Ebene durch die Punkte

$$P_0 = (1, 0, 0),\ P_1 = (1, 0, 1),\ P_2 = (0, 1, 0)$$

und sei $\alpha\colon E \to \mathbb{R}^2$ eine affine Abbildung mit

$$\alpha(P_0) = (-1, -1),\ \alpha(P_1) = (1, -1),\ \alpha(P_2) = (-1, 1).$$

(a) Bestimmen Sie alle $P \in E$ mit $\alpha(P) = (1, 1)$ [**4P**].

(b) Ermitteln Sie den Punkt $Q \in \mathbb{R}^3$, welcher sich durch eine Projektion von (0,0, zur Richtung $a = (1, 1, 1)$ auf die Ebene E ergibt [**4P**].

3 Aufgabe (8 Punkte)

Gegeben seien paarweise korrespondierende Punkte $\{x_1, \ldots, x_k\}$ und $\{y_1, \ldots, y_k\}$. Gesucht ist eine Transformation

$$\alpha(x) = a + Ax\,,$$

so dass die Summe der paarweise quadratischen Abstände zwischen x_i und y_i minimiert wird. Formulieren Sie

(a) die Zielfunktion F, mit welcher diese Transformation berechnet werden kann **[2P]**,

und formulieren sie die Nebenbedingungen so, dass α eine

(b) affine Abbildung **[2P]**,

(c) Ähnlichkeitsabbildung **[2P]**,

(d) Kongruenzabbildung **[2P]**

ist.

---

4 Aufgabe (10 Punkte)

In $\mathbb{P}^2$ gegeben sind der Punkt

$$\bar{A} = (1, -2)$$

durch seine kartrsichen Koordinaten, sowie der Punkt

$$B = (1 : -2 : 2)$$

und die Gerade

$$h = [-2 : -1 : 3]$$

durch ihre homogenen Koordinaten.

(a) Geben Sie geeignete homogene Koordinaten A für $\bar{A}$ an und begründen Sie warum $A \neq B$ ist **[2P]**.

(b) Berechnen Sie von der Geraden $g = AB$ die homogene und inhomogene Geradengleichung **[4P]**.

(c) Ermitteln Sie die homogenen Punktkoordinaten des Fernpunkts G von g und des Schnittpunkts S von g und h **[4P]**.

---

5 Aufgabe (4 Punkte)

Es sei $d = DV(A, B, C, D)$ das Doppelverhältnis von 4 kollinearen Punkten $A, B, C, D \in \mathbb{P}^3$. Sei nun D ein Fernpunkt, und sei B der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$. Geben Sie den Wert von d an **[4P]**.