Institut für Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie, TU WIEN

Prüfung aus Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie[1], LVA 107.238 und 107.273 (Dutter)
2013-05-14 **Prüfungs-ID: 13-05-2014 / 09**

Vorname, Nachname:

Studienkennzahl und Matrikelnummer:

Unterschrift:

Unterlagen: Nur das Skriptum (mit eigenen Notizen) und nicht-internetfähige Taschenrechner sind zulässig. (Mobilfunkgeräte dürfen nicht benutzt werden!)

HINWEISE:

- Ausgewählte Lösungen der einzelnen Beispiele bitte in die Lösungsfelder dieses **Lösungsblattes** eintragen (der Punkt im Lösungsfeld symbolisiert den Dezimalpunkt).
- **Den Rechenweg (und mögliche zusätzliche Lösungsantworten) unbedingt anfügen!**

1. 29.000

2. (a) ~~−~~ (b) + (c) + (d) − (e) −

3. 0.925

4. 2.000
   3.622

5. 1.797 %
   74.765 %

Punkteanzahl:

Beispiel	max	erreicht
1	2.5	2.5
2	2.5	1.5
3	3	2.5
4a	2	2
4b	2	2
4c	4	4
5a	2	1.5
5b	2	1
	Σ = 20	17
Note (schriftl.):		2

[1]Sämtliche Ergebnisse werden voraussichtlich bis spätestens 20. Mai online zur Verfügung gestellt. Der Zeitpunkt der mündlichen Prüfungen wird noch über TISS bekannt gegeben. Einsichtnahme bei Frau Abicht, Wiedner Hauptstr. 7, ehem. Hotel Goldenes Lamm, 1. Stock.

1) Wenigstens einen = Nicht Keinen Treffer

Gegen W'keit

$$(1-0{,}95) = \underbrace{(1-0{,}1)}_{\text{Verfehl.-W'keit}}^{n}$$

$$0{,}05 = (0{,}9)^{n} \quad / \ln$$

$$\ln(0{,}05) = n \cdot \ln(0{,}9)$$

$$\underline{n = 28{,}43}$$

✓

Wahrscheinlichkeit <u>mindestens</u> 0,95 ⇒ aufrunden: <u>29 Schüsse</u>

[$0{,}9^{29} = 4{,}71\%$ W'-keit das kein Treffer erzielt wird

⇒ 95,29 % ~~Treffer~~ W'-keit mindestens 1 Treffer.]

3)

Probe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$D_i =$ A − B	0,01	−0,04	0,04	0,16	0,08	−0,14	0,12	0,01	0,01	−0,03	0,13	0,33	−0,22

TR: $\bar{D} = 0{,}0354$

$s_D = 0{,}1379$

$$T = \frac{0{,}0359}{0{,}1379} \cdot \sqrt{13} = \underline{0{,}9249}$$

$H_0: \cancel{\mu_A = \mu_B}$

$H_1: \cancel{\mu_A \neq \mu_B}$

$H_0: \mu = \mu_0 = 0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$

$$c_3 = -t_{12,\,1-\frac{0{,}05}{2}} = -t_{12,\,0{,}975} = \underline{-2{,}179}$$

$$c_4 = t_{12,\,0{,}975} = \underline{2{,}179}$$

✓

$c_3 < T < c_4$ ⇒ H_0 wird nicht verworfen

⇒ <u>Mittel der Differenzen zufällig von Ø verschieden.</u>

4) a) $x < 0$: $f(x) = \underline{0}$

$0 \le x < 1$: $f(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{6}\right) = \frac{2x}{6} = \underline{\frac{x}{3}}$

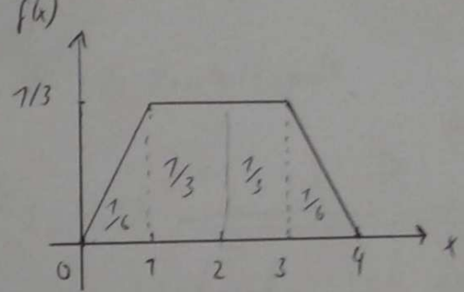
$1 \le x < 3$: $f(x) = \frac{d}{dx}\left(1/6 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right)$

$= \underline{\frac{1}{3}}$

$3 \le x < 4$: $f(x) = \frac{d}{dx}\left(-\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}\right)$

$= -\frac{2x}{6} + \frac{4}{3} = \underline{\frac{4}{3} - \frac{x}{3}}$

$x \ge 4$: $f(x) = \underline{0}$



$$\underline{\underline{f(x)}} = \begin{cases} \frac{x}{3} & \text{für } 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{für } 1 \le x < 3 \\ \frac{4}{3} - \frac{x}{3} & \text{für } 3 \le x < 4 \\ \emptyset & \text{sonst} \end{cases}$$

b) $E(x) = F(\overset{x}{\cancel{0{,}5}}) = 0{,}5$: $x < 1$: $\max(F(x)) = \frac{1}{3}$

$x < 3$: $\max(F(x)) = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ im Bereich $1 \le x < 3$

$F(x) = 0{,}5 = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}(x-1) \quad | -\frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}(x-1) \quad | \cdot 3$

$1 = x - 1 \quad | +1$

$\underline{x = 2} \longrightarrow \underline{\underline{E(x) = 2}}$

4c) $n = 37$ nach $F(x)$ verteilt?

$k = 4$

$\alpha = 0{,}01$

Klassen	h_j beobachtet	e_j theoretisch	$h_j - e_j$	$\frac{(h_j - e_j)^2}{e_j}$
$[0,1)$	6	$\frac{37}{6} = 6{,}1667$	$-\frac{1}{6}$	0,0045
$[1,2)$	14	$37 \cdot \frac{1}{3} = 12{,}3333$	$\frac{5}{3}$	0,2252
$[2,3)$	15	$37 \cdot \frac{1}{3} = 12{,}3333$	$\frac{8}{3}$	0,5766
$[3,4)$	2	$37 \cdot \frac{1}{6} = 6{,}1667$	$-(4 + \frac{1}{6})$	2,8153
Total	37	37		3,6216

4 Klassen ⇒ 3 Freiheitsgrade

$$\chi_{3;\,0{,}99} = 11{,}345 > \frac{(h_j - e_j)^2}{e_j}$$

⇒ Stichprobe ist nach $F(x)$ verteilt.
(Nicht genügend Grund die Annahme zu verwerfen)

5) $\mu = \frac{1}{4}$ exp-Verteilungsfkt:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-4x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$a = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

$a, b, c \in \mathbb{R}$

a) $F_p(a,b,c) = F(a) \cdot F(b) \cdot F(c)$ mit a, b, c als Zeit in Minuten für die jeweiligen Programmteile.
$= P(T_1 \leq a,\ T2 \leq b,\ T_3 \leq c)$

Zwischen einer und zwei Minuten:

- 2 Programmteile dürfen max. 2 Minuten brauchen:

$$F(2) = 1 - e^{-4 \cdot 2} = 0{,}9997 = 99{,}97\%$$

- 1 Programmteil muss zwischen 1 und 2 Minuten brauchen

$$F(1 \leq x \leq 2) = F(2) - F(1) = 1 - e^{-4 \cdot 2} - 1 + e^{-4}$$
$$= 0{,}0180 = 1{,}8\%$$

$$\Rightarrow F(2)^2 \cdot (F(2) - F(1)) = 0{,}017968 = \cancel{1{,}7}\,\cancel{9}\,8\%$$

5 b) Einer in 15 sek Fertig

$\Rightarrow$ 2 Teile bleiben

W'keit damit ein Teil weniger als 30 Sekunden braucht

$F(0,5) = 1 - e^{-4 \cdot 0,5} = 0,8647 = 86,47\%$

$\Rightarrow$ W'keit, dass das ganze Programm in unter 30 sekunden kompiliert ist demnach:

$F(0,5)^2 = (1 - e^{-4 \cdot 0,5})^2 = 0,7477 = 74,77\%$

bedingte Wahrscheinlichkeit