Betrachten Sie die folgende – bereits geordnete – Stichprobe der Größe $n = 10$:

11.6 11.8 11.9 12.3 12.8 13.0 13.6 13.8 14.5 14.7

[2] Zeichnen Sie in die unten stehende Grafik die empirische Verteilungsfunktion.

[1] Bestimmen Sie grafisch das 95%–Quantil vom Typ 4. ~~95~~ ≈ 14,6

[1] Bestimmen Sie den Stichprobenmittelwert. $\bar{x} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{130}{10} = \underline{\underline{13}}$

[1] Bestimmen Sie die Stichprobenvarianz und -streuung.

Betrachten Sie die folgende – bereits geordnete – Stichprobe der Größe $n = 19$:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$x_{(i)}$	87	87	93	99	103	105	119	129	130	132	138	145	145	152	153	160	180	195	211

n ist ungerade. Der Median zählt zu beiden Hälften.

[1] Bestimmen Sie den Median.

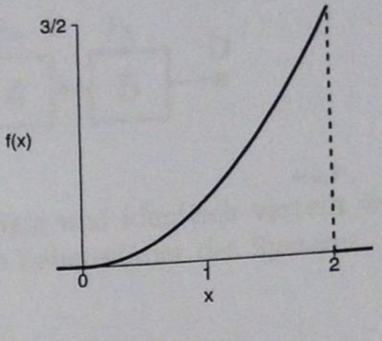
[1] Bestimmen Sie die Hinges.

[1] Bestimmen Sie auf Basis der Hinges die Fences.

[2] Zeichen Sie in die unten stehende Grafik den Boxplot der Daten.

Die Dichte einer sG X lautet wie folgt:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2}{8} & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



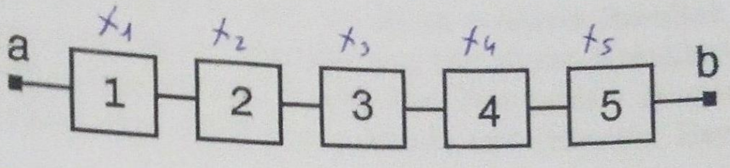
[1] Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

[2] Bestimmen Sie die Varianz von X.

[2] Bestimmen (und zeichnen) Sie die Verteilungsfunktion von X.

Aufgabe 4

Die logische Struktur eines Systems sei gegeben wie folgt:



Serienschaltung

$n=5$

Die Lebensdauern der Komponenten seien unabhängig und identisch verteilt mit Dichte $f(x) = \frac{1}{10}\, e^{-x/10} I_{(0,\infty)}(x)$ ($\widehat{=}$ $\mathsf{Exp}(\tau = 10)$). X sei die Lebensdauer des Systems. $\lambda = 1/10$

[2] Verteilungsfunktion von X? (Mit Herleitung!)

[1] Dichte von X? (Um welche Verteilung handelt es sich?) $X \sim \mathrm{Exp}(0.5)$

[2] Erwartungswert, Varianz, Streuung von X?

Aufgabe 5

[2] Angenommen, ein Test reagiert zu 95% positiv, sollte eine bestimmte Krankheit vorliegen, zeigt aber auch zu 10% ein falsch-positives Resultat. Wenn man davon ausgehen kann, dass 3% der Bevölkerung von dieser Krankheit betroffen ist, und bei einer zufällig ausgewählten Person der Test positiv reagiert, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person erkrankt ist? (Hinweis: Bayes'sche Formel)

[1] Ergänzung zu Aufgabe 3: Bestimmen Sie allgemein einen Ausdruck für das p–Quantil x_p $(0 < p < 1)$ der Verteilung. Welchen Wert hat speziell der Median?

[2] Die sG X sei nach $\mathsf{P}(\lambda)$ (Poisson) verteilt mit $\lambda = 9$. Berechnen Sie (approximativ) die Wahrscheinlichkeit $P(7 \leq X \leq 11)$. (Hinweis: Normalapproximation der $\mathsf{P}(\lambda)$–Verteilung; rechnen Sie mit Stetigkeitskorrektur.)

1–12–2016 **Aufgabe 6**

Eine Stichprobe der Größe $n = 50$ von $X \sim \mathsf{P}(\lambda)$ (Poisson) war wie folgt:

x	0	1	2	3	4	5
Häufigkeit	9	17	15	5	3	1

[2] Bestimmen Sie allgemein für n Beobachtungen den ML–Schätzer von λ. (Mit genauer Herleitung!)

[1] ML–Schätzwert von λ auf Basis der gegebenen Stichprobe?

2 [2] Bei einer Befragung von 200 wahlberechtigten Personen sagen 104, dass sie vorhaben, für einen bestimmten Kandidaten zu stimmen. Bestimmen Sie ein (approximatives) 90%–Konfidenzintervall für den Wähleranteil dieses Kandidaten.

1–12–2016 **Aufgabe 7**

Für eine Stichprobe x der Größe $m = 8$ von $X \sim \mathsf{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$ ergab sich:

```
> data.frame(m=length(x), mean=mean(x), var=var(x), sd=sd(x))
  m  mean   var    sd
  8 11.79 7.687 2.773
```

1 [2] Testen Sie zum Niveau 5%: $\mathcal{H}_0 : \mu_X = 10$ gegen $\mathcal{H}_1 : \mu_X > 10$

Für eine von der obigen Stichprobe unabhängige zweite Stichprobe y der Größe $n = 10$ von $Y \sim \mathsf{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ergab sich:

```
> data.frame(n=length(y), mean=mean(y), var=var(y), sd=sd(y))
  n  mean   var    sd
  10 15.14 10.19 3.193
```

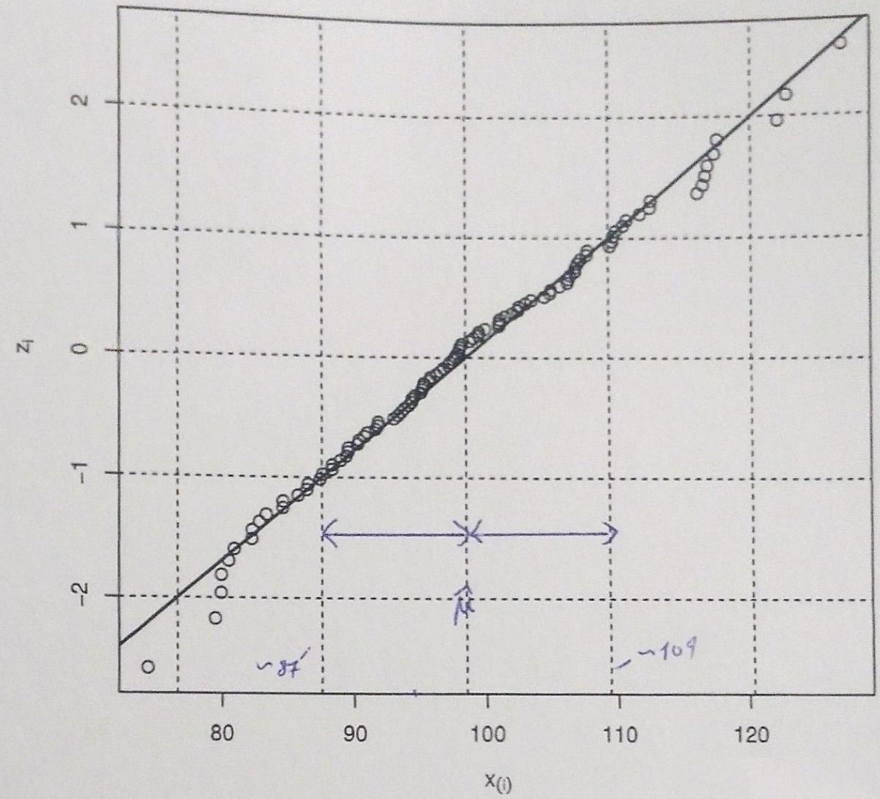
Wenn man davon ausgehen kann, dass $\sigma_Y^2 = \sigma_X^2$:

[1] Bestimmen Sie den gepoolten Varianzschätzer s_p^2? $s_n^2 = \frac{7 \cdot 7{,}687 + 9 \cdot 10{,}19}{10+8-2} = \frac{145{,}519}{16} = \underline{\underline{9.095}}$

3 [2] Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für $\mu_Y - \mu_X$.

$s_n = \sqrt{s_n^2} = 3.016$

[2] Ein Datensatz der Größe $n = 100$ ergibt im Normal-QQ-Plot das folgende Bild:



Stammen die Daten aus einer Normalverteilung? ☒ ja ☐ nein

Wie groß sind (etwa) Mittelwert $\widehat{\mu} \approx 98$ und Streuung $\widehat{\sigma} \approx 11$?

$n = 100$ $p = 1/5$

[3] Stammen die folgenden Beobachtungen aus einer stetigen uniformen Verteilung auf dem Intervall $(0, 1)$? (Testen Sie mit $\alpha = 10\%$.)

	K1	K2	K3	K4	K5
Klasse	(0,0.2]	(0.2,0.4]	(0.4,0.6]	(0.6,0.8]	(0.8,1]
Häufigkeit	13	22	14	23	28