

187) Man bestimme im Graphen G_9 mit Hilfe von $A_{G_9}^3$ die Anzahl der Dreiecke (d. h. die Anzahl der Kreise der Länge 3).

188) Man bestimme im Graphen G_{10} mit Hilfe von $A_{G_{10}}^3$ die Anzahl der Dreiecke (d. h. die Anzahl der Kreise der Länge 3).

189) Man bestimme im Graphen G_6 mit Hilfe der Adjazenzmatrix $A(G_6)$ die Matrix R der Erreichbarkeitsrelation.

190) Sei \tilde{G}_6 jener Graph, der aus G_6 durch Umdrehen aller Kanteinrichtungen entsteht. Man bestimme im Graphen \tilde{G}_6 mit Hilfe der Adjazenzmatrix $A(\tilde{G}_6)$ die Matrix R der Erreichbarkeitsrelation.

191) Man unterscheide, ob der Graph G_{14} eine Eulersche Linie besitzt und bestimme gegebenenfalls eine!

192) Man zeige, daß es in einem Graphen $G = \langle V, E \rangle$ immer zwei Knoten $x, y \in V$, $x \neq y$, gibt mit gleichem Weggrad $d^+(x) = d^+(y)$, wenn es keinen Knoten $x \in V(G)$ mit Weggrad $d^+(x) = 0$ gibt.

193) Man zeige mit Hilfe eines graphentheoretischen Modells, daß es unmöglich ist, daß bei 5 Personen, die jeweils drei anderen eine Karte senden, alle genau von jenen Karten erhalten, denen auch sie eine geschickt haben.

194) Sei G ein einfacher Graph. Man zeige, daß dann die Anzahl der Knoten ungeraden Grades gerade ist.

195) Man zeige, daß es in jedem einfachen Graphen G mit $n \geq 2$ Knoten wenigstens zwei Knoten mit gleichem Knotengrad gibt.

196) Unter n Mannschaften wird ein Turnier ausgetragen, und es haben insgesamt schon $n+1$ Spiele stattgefunden. Man zeige, daß mindestens eine Mannschaft dann bereits an mindestens 3 Spielen teilgenommen hat.

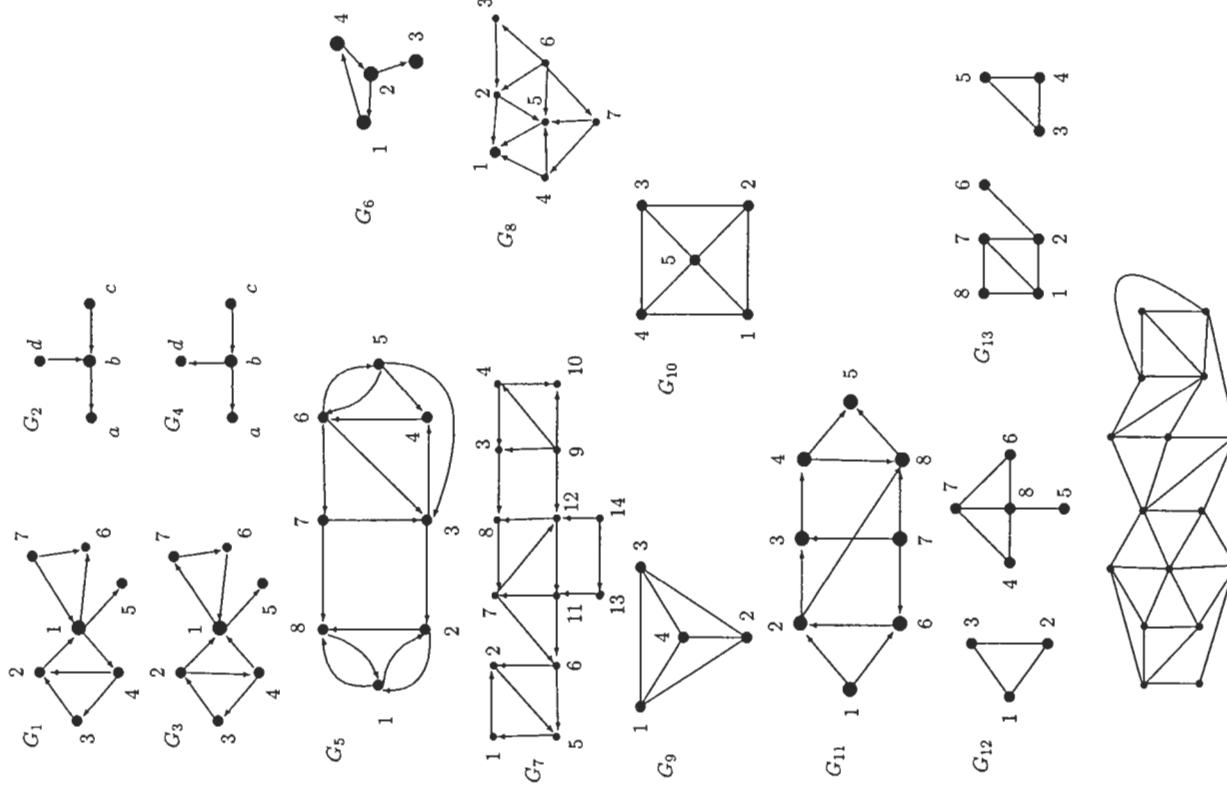
197) Man zeige, daß es in einem Graphen G mit $0 < \alpha_1(G) < \alpha_0(G)$ immer einen Knoten $v \in V(G)$ mit $d(v) \leq 1$ gibt.

198) Man zeige mit Hilfe eines geeigneten graphentheoretischen Modells, daß es in jeder Stadt mindestens zwei Bewohner mit der gleichen Anzahl von Nachbarn gibt.

199) Man bestimme alle Bäume T , für die auch T^* ein Baum ist. T^* bezeichne den komplementären Graphen definiert durch: $V(T^*) = V(T)$ und $E(T^*) = V \times V \setminus E(T)$.

200) Sei G ein schlichter Graph mit $\alpha_0(G) > 4$. Man zeige, daß dann entweder G oder G^* (der komplementäre Graph, siehe Aufgabe 199) einen Kreis enthält. (G^* ist der komplementäre Graph zu G , d.h. G^* enthält die seben Knoten wie G und alle Kanten $(v, w) \in V(G) \times V(G)$, $v \neq w$, die nicht in $E(G)$ enthalten sind.)

201) Für welche m, n besitzt der vollständige paare Graph $K_{m,n}$ eine geschlossene Hamiltonsche Linie? (Die Knotenmenge V eines vollständigen paaren Graphen $K_{m,n}$ besteht aus 2 disjunkten Teilmengen V_1, V_2 mit $|V_1| = m$ und $|V_2| = n$ und die Kantensmenge E besteht aus allen ungerichteten Kanten (v_1, v_2) mit $v_1 \in V_1$ und $v_2 \in V_2$.)



Auf der nächsten Seite finden sich die Abbildungen aller Graphen G_i , auf die in den Beispielen Bezug genommen wird.

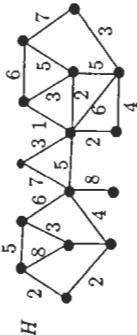
202) Man untersuche G_7 mit dem Markierungsalgorithmus auf Azykлизtät.

203) Man untersuche G_8 mit dem Markierungsalgorithmus auf Azykлизtät.

204) Man untersuche G_{11} mit dem Markierungsalgorithmus auf Azykлизtät.

205) Sei \tilde{G}_{11} jener Graph, der aus G_{11} durch Umdrehen aller Kantenrichtungen entsteht. Man untersuche \tilde{G}_{11} mit dem Markierungsalgorithmus auf Azykлезtät.

206) Man bestimme im folgenden Graphen H mit Hilfe des Kruskalalgorithmus einen minimalen und einen maximalen spannenden Baum.



207) Gegeben seien die 6 Daten A, \dots, F durch die Schlüsselfolgen $A = 010010 \dots, B = 011101 \dots, C = 101100 \dots, D = 101011 \dots, E = 001010 \dots, F = 001010 \dots$. Konstruieren Sie den zugehörigen Trie, Patricia Trie und Digitalen Suchbaum.

208) Die *externe Pfadlänge* eines Tries ist die Summe der Abstände von der Wurzel zu allen besetzten Endknoten des Baumes, wobei die Abstände in der Anzahl der Kanten auf dem entsprechenden Weg gemessen werden. Wie groß ist die externe Pfadlänge eines Tries, der N Daten enthält, mindestens? (Hinweis: Welche Gestalt des Binärbaums führt zu kleinerer Pfadlänge?)

209) Ein t -äher Baum ($t \in \mathbb{N}, t \geq 2$) ist ein ebener Wurzelbaum, bei dem jeder Knoten entweder 0 Nachfolger (Endknoten) oder genau t Nachfolger (interner Knoten) hat. Für $t = 2$ ergeben sich also genau die Binäräume. Wieviele Endknoten hat ein t -äher Baum mit n internen Knoten?

210) Zum Abarbeiten der Knoten eines Binärbaumes verwendet man gerne rekursive Algorithmen, die in wohldefinierter Reihenfolge die folgenden Schritte ausführen:

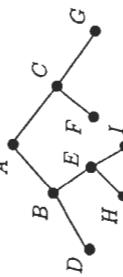
(1) Bearbeite den aktuellen Knoten,

(2) Gehe zur Wurzel des linken Nachfolgebaums des aktuellen Knotens,

(3) Gehe zur Wurzel des rechten Nachfolgebaums des aktuellen Knotens.

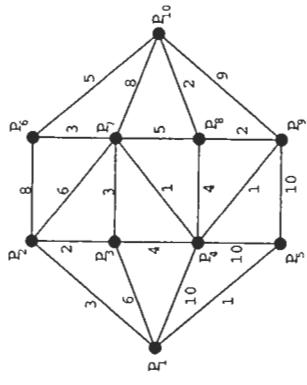
Am Beginn steht man bei der Wurzel des Gesamtbaumes. Führt man die genannten Schritte

(1) bis (3) rekursiv in der angegebenen Reihenfolge aus, so spricht man von *Präordertraversierung*. Beim untenstehenden Baum werden die Knoten also in folgender Reihenfolge bearbeitet: $A, B, D, E, H, I, C, F, G$. Wie ändert sich diese Reihenfolge, wenn man im Algorithmus jeweils die Abfolge (2)(1)(3) nimmt (*Inordertraversierung*), wie wenn man die Abfolge (2)(3)(1) wählt (*Postordertraversierung*)?

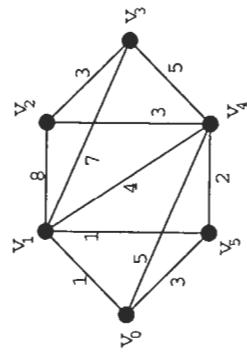


211) In der folgenden schematisch skizzierten Landkarte sind für eine bestimmte Fracht die Transportkosten zwischen einzelnen Orten angegeben. Welches ist der billigste Weg vom Ort P_1 zum Ort P_{10} ?

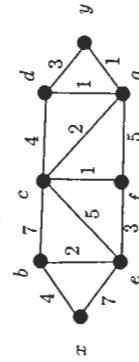
Die Abbildungen aller Graphen G_i , auf die in den Beispielen Bezug genommen wird, finden Sie auf Seite 14



212) In nachstehendem bewerteten Graphen bestimme man den Entfernungsbau bezüglich des Knotens v_0 .



213) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra einen kürzesten Weg zwischen den Knoten x und y im folgenden Graphen:



214) Gegeben seien die folgenden zweistelligen partiellen Operationen \bullet in der Menge M . Man untersuche, in welchem Fall eine Operation in M vorliegt. Welche der Operationen sind assoziativ, welche kommutativ?

- (a) $M = \{(1, 0, 1)\}, \bullet$ gewöhnliche Addition bzw. Multiplikation
- (b) $M = \mathbb{N}, a \bullet b = 2^{ab}$
- (c) $M = \mathbb{Q}, a \bullet b = ab + 1$
- (d) $M = \mathbb{R}, a \bullet b = |a + b|$
- (e) $M \neq \emptyset, a \bullet b = a$