

# Zusammenfassung von Tiplers *Physik*

Fabian Bodoky  
Chrischonaweg 74  
CH-4125 Riehen

fabian.bodoky@stud.unibas.ch  
Universität Basel - Institut für Physik

Im Juli 2001

## **Zusammenfassung**

Dies ist ein Fragment einer Zusammenfassung von *Tipler: „Physik“, Spektrum 1998*, das in Vorbereitung meiner Vordiplomprüfung vom 8. August 2001 bei Prof. Hans-Joachim Güntherodt entstanden ist.  
Enjoy it!

*Alles begann am Montag...*

*Als die samischen Gesandten  
eine weitläufige Rede hielten,  
sagten die Spartaner:  
„Das Erste haben wir vergessen  
und das Letzte nicht verstanden,  
weil wir inzwischen  
das Erste vergessen hatten.“*

*Plutarch*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mechanik</b>	<b>3</b>
1.1	Einheitensysteme . . . . .	3
1.1.1	Grundeinheiten . . . . .	3
1.1.2	Fehlerrechnung . . . . .	3
1.2	Bewegung in einer Dim . . . . .	3
1.2.1	Anfangswertproblem . . . . .	4
1.3	Bewegung in mehreren Dim . . . . .	4
1.3.1	Kreisbewegung . . . . .	4
1.4	Newtonsche Axiome . . . . .	4
1.4.1	Erstes Newtonsches Gesetz . . . . .	4
1.4.2	Zweites Newtonsches Gesetz . . . . .	4
1.4.3	Drittes Newtonsches Gesetz . . . . .	4
1.4.4	Fundamentale Kräfte . . . . .	5
1.5	Anwendung der N. Axiome . . . . .	5
1.5.1	Reibung . . . . .	5
1.5.2	Scheinkräfte . . . . .	5
1.5.3	Numerische Methoden . . . . .	5
1.6	Arbeit und Energie . . . . .	5
1.6.1	in mehreren Dimensionen . . . . .	6
1.6.2	Potentielle Energie . . . . .	6
1.6.3	$E_{pot}$ und Gleichgewicht . . . . .	6
1.6.4	Energieerhaltung . . . . .	6
1.6.5	Leistung . . . . .	7
1.7	Teilchensysteme und Impulserhaltung . . . . .	7
1.7.1	Impulserhaltung . . . . .	7
1.7.2	$E_{kin}$ eines Teilchensystemes . . . . .	7
1.7.3	Stöße in einer Dim. . . . .	7
1.7.4	Kraftstoss und zeitliches Mittel einer Kraft . . . . .	8
1.7.5	Raketengleichung . . . . .	8
1.8	Drehbewegung . . . . .	8
1.8.1	Dreh- und Trägheitsmoment . . . . .	8
1.8.2	Kinetische Energie der Drehbewegung . . . . .	8
1.8.3	Drehimpuls . . . . .	8

1.8.4	Rollende Körper . . . . .	9
1.8.5	Vektorprodukt . . . . .	9
1.8.6	Ungleichgewichte . . . . .	9
1.8.7	Kreiselbewegung . . . . .	10
1.9	Statisches Gleichgewicht des starren Körpers . . . . .	10
1.9.1	Gleichgewichtsbedingung . . . . .	10
1.9.2	Kräftepaare . . . . .	10
1.9.3	Stabilität des Gleichgewichtes . . . . .	10
1.10	Gravitation . . . . .	10
1.10.1	Keplersche Gesetze . . . . .	10
1.10.2	Newtonsches Gravitationsgesetz . . . . .	10
1.10.3	Schwere und träge Masse . . . . .	11
1.10.4	Gebundene Bahnen um die Erde . . . . .	11
1.10.5	Potentielle Energie, Gesamtenergie . . . . .	11
1.10.6	Gravitationsfelder . . . . .	11
1.11	Mechanik deformierbarer Körper . . . . .	11
1.11.1	Dichte . . . . .	11
1.11.2	Spannung, Drehung . . . . .	11
1.11.3	Druck in Flüssigkeiten . . . . .	12
1.11.4	Archimedisches Prinzip, Auftrieb . . . . .	12
1.11.5	Bernoulli-Gleichung, Fluiddynamik . . . . .	12
1.11.6	Viskosität . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Schwingungen und Wellen</b>	<b>14</b>
2.1	Schwingungen . . . . .	14
2.1.1	Harmonische Schwingungen . . . . .	14
2.1.2	Energiebilanz . . . . .	14
2.1.3	Mathematisches Pendel . . . . .	14
2.1.4	Physikalisches Pendel . . . . .	15
2.1.5	Torsionspendel . . . . .	15
2.1.6	Angetriebene, gedämpfte Schwingungen . . . . .	15
2.2	Mechanische Wellen . . . . .	15
2.2.1	Wellenberge . . . . .	15
2.2.2	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen . . . . .	15
2.2.3	Harmonische Schwingung . . . . .	15
2.2.4	Energieübertrag durch Wellen . . . . .	16
2.2.5	Superposition und Interferenz harmonischer Wellen . . . . .	16
2.2.6	Stehende Wellen . . . . .	16
2.2.7	Überlagerung stehender Wellen . . . . .	16
2.2.8	Wellengleichung . . . . .	17
2.3	Akustik . . . . .	17
2.3.1	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen . . . . .	17
2.3.2	Wellen in drei Dimensionen: Intensität . . . . .	17
2.3.3	Interferenz und Schwebungen . . . . .	17

2.3.4	Stehende Schallwellen . . . . .	17
2.3.5	Harmonische Analyse und Synthese . . . . .	18
2.3.6	Wellenpakete und Dispersion . . . . .	18
2.3.7	Reflexion, Brechung, Beugung . . . . .	18
2.3.8	Doppler-Effekt . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Thermodynamik</b>	<b>20</b>
3.1	Temperatur . . . . .	20
3.1.1	Temperaturskalen . . . . .	20
3.1.2	Thermische Ausdehnung . . . . .	20
3.1.3	Zustandsgleichung idealer Gase . . . . .	20
3.1.4	Molekulare Deutung der Temperatur: kin. Gastheorie	21
3.1.5	Van-der-Waals-Gleichung . . . . .	21
3.1.6	Phasendiagramme . . . . .	22
3.2	Wärme und erster Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	22
3.2.1	Phasenübergänge und latente Wärme . . . . .	23
3.2.2	Wärmeübertragung . . . . .	23
3.2.3	Erster Hauptsatz der Thermodynamik: Energieerhaltungssatz . . . . .	24
3.2.4	Innere Energie idealer Gase . . . . .	24
3.2.5	Volumenarbeit, P-V-Diagramm eines Gases . . . . .	24
3.2.6	Wärmekapazitäten, Gleichverteilungssatz . . . . .	24
3.2.7	Adiabatische Zustandsänderung . . . . .	25
3.3	Verfügbarkeit von Energie . . . . .	25
3.3.1	Wärmekraftmaschinen und zweiter Hauptsatz . . . . .	25
3.3.2	Kältemaschinen und der zweite Hauptsatz . . . . .	25
3.3.3	Carnot-Wirkungsgrad . . . . .	26
3.3.4	Wärmepumpe . . . . .	27
3.3.5	Entropie und Unordnung . . . . .	27
3.3.6	Entropie und Wahrscheinlichkeit . . . . .	28
3.3.7	Dritter Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Elektrodynamik und Magnetismus</b>	<b>29</b>
4.1	E-Feld I: Diskrete Ladungsverteilung . . . . .	29
4.1.1	Ladung . . . . .	29
4.1.2	Influenz . . . . .	29
4.1.3	Coulombsches Gesetz . . . . .	29
4.1.4	E-Feld . . . . .	29
4.1.5	Elektrische Dipole in E-Feldern . . . . .	29
4.2	E-Feld II: Kontinuierliche Ladungsverteilung . . . . .	30
4.2.1	Gaussches Gesetz . . . . .	30
4.2.2	Ladung und Feld auf Oberflächen leitender Gegenstände	30
4.3	Elektrisches Potential . . . . .	30
4.3.1	Elektrisches Potential und Potentialdifferenz . . . . .	30

4.3.2	Potential eines Systems von Punktladungen . . . . .	30
4.3.3	Berechnung des Potentials kontinuierlicher Ladungsverteilungen . . . . .	30
4.3.4	Äquipotentialflächen, Ladungsfluss, dielektrischer Durchschlag . . . . .	31
4.4	Kapazität, Dielektrika, elektrost. Energie . . . . .	31
4.4.1	Plattenkondensatoren . . . . .	31
4.4.2	Dielektrika . . . . .	31
4.4.3	Speicherung elektrischer Energie . . . . .	31
4.4.4	Zusammenschaltung von Kondensatoren . . . . .	31
4.5	Elektrischer Strom . . . . .	32
4.5.1	Strom und Bewegung von Ladungen . . . . .	32
4.5.2	Widerstand, Ohmsches Gesetz . . . . .	32
4.5.3	Energie des elektrischen Stromes . . . . .	32
4.5.4	Zusammenschaltung von Widerständen . . . . .	32
4.5.5	Mikroskopisches Modell des Ohmschen Widerstandes . . . . .	32
4.6	Gleichstromkreise . . . . .	33
4.6.1	Kirchhoffsche Regeln . . . . .	33
4.6.2	RC-Kreise . . . . .	33
4.7	Magnetfeld . . . . .	33
4.7.1	magnetische Kraftwirkung . . . . .	33
4.7.2	Bewegung einer Punktladung im Magnetfeld . . . . .	33
4.7.3	Auf Leiterschleifen und Magnete ausgeübtes Drehmoment . . . . .	34
4.7.4	Hall-Effekt . . . . .	34
4.8	Quellen des B-Feldes . . . . .	34
4.8.1	Magnetisches Feld einer Punktladung . . . . .	34
4.8.2	Gesetz von Biot-Savard . . . . .	34
4.8.3	Definition des Ampere . . . . .	35
4.8.4	Amperesches Gesetz . . . . .	35
4.9	Magnetische Induktion . . . . .	35
4.9.1	Magnetischer Fluss . . . . .	35
4.9.2	Induktionsspannung und Faradaysches Gesetz . . . . .	35
4.9.3	Lenzsche Regel . . . . .	35
4.9.4	Induktionsspannung durch Bewegung . . . . .	35
4.9.5	Generatoren und Motoren . . . . .	36
4.9.6	Induktivität . . . . .	36
4.9.7	LR-Kreise . . . . .	36
4.9.8	Energie des Magnetfeldes . . . . .	36
4.10	Magnetismus in Materie . . . . .	36
4.10.1	Magnetisierung, magnetische Suszeptibilität . . . . .	36
4.10.2	Atomare magnetische Momente . . . . .	37
4.10.3	Paramagnetismus . . . . .	37
4.10.4	Ferromagnetismus . . . . .	37

4.10.5	Diamagnetismus . . . . .	37
4.11	Wechselstromkreise . . . . .	37
4.11.1	Wechselspannung an einem Widerstand . . . . .	37
4.11.2	Wechselströme in Spulen und Kondensatoren . . . . .	38
4.11.3	Zeigerdiagramme . . . . .	38
4.11.4	LC- und LCR Kreise ohne Wechselspannungsquelle . . . . .	38
4.11.5	LCR-Kreis mit Wechselspannung . . . . .	38
4.11.6	Transformator . . . . .	39
4.11.7	Gleichrichtung und Verstärkung . . . . .	39
4.12	Maxwellsche Gleichungen . . . . .	39
4.12.1	Maxwellscher Verschiebungsstrom . . . . .	39
4.12.2	Maxwellsche Gleichungen . . . . .	40
4.12.3	Wellengleichung für elektromagnetische Wellen . . . . .	40
4.12.4	Energie und Impuls einer em-Welle . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Optik</b> . . . . .	<b>42</b>
5.1	Licht . . . . .	42
5.1.1	Lichtgeschwindigkeit . . . . .	42
5.1.2	Lichtausbreitung: Huygenssches Prinzip . . . . .	42
5.1.3	Reflexion . . . . .	42
5.1.4	Brechung . . . . .	43
5.1.5	Fermatsches Prinzip . . . . .	43
5.1.6	Polarisation . . . . .	43
5.2	Geometrische Optik . . . . .	43
5.2.1	Ebene Spiegel . . . . .	44
5.2.2	Sphärische Spiegel . . . . .	44
5.2.3	Durch Brechung erzeugte Bilder . . . . .	44
5.2.4	Dünne Linsen . . . . .	45
5.2.5	Abbildungsfehler . . . . .	45
5.3	Optische Instrumente . . . . .	46
5.3.1	Lupe . . . . .	46
5.3.2	Kamera . . . . .	46
5.3.3	Mikroskop . . . . .	46
5.3.4	Teleskop . . . . .	46
5.4	Interferenz und Beugung . . . . .	46
5.4.1	Phasendifferenz und Kohärenz . . . . .	46
5.4.2	Interferenz an dünnen Schichten . . . . .	46
5.4.3	Doppelspaltexperiment . . . . .	46
5.4.4	Interferenzmuster mehrerer äquidistanter Quellen . . . . .	47
5.4.5	Beugungsmuster am Einzelspalt . . . . .	47
5.4.6	Interferenz- und Beugungsverteilung beim Doppelspalt . . . . .	47
5.4.7	Beugung und Auflösung . . . . .	47
5.4.8	Beugungsgitter . . . . .	47



<b>6</b>	<b>Moderne Physik</b>	<b>48</b>
6.1	Relativitätstheorie . . . . .	48
6.1.1	Newton'sches Relativitätsprinzip . . . . .	48
6.1.2	Michelson-Morley . . . . .	48
6.1.3	Einsteinsche Postulate . . . . .	48
6.1.4	Lorentz-Transformation . . . . .	48
6.1.5	Doppler-Effekt . . . . .	49
6.1.6	Zwillingsparadoxon . . . . .	49
6.1.7	Geschwindigkeitstransformation . . . . .	49
6.1.8	Relativistischer Impuls . . . . .	50
6.1.9	Relativistische Energie und Masse-Energie-Äquivalenz	50
6.1.10	Allgemeine Relativitätstheorie . . . . .	50
6.2	Ursprünge der Quantentheorie . . . . .	50
6.2.1	Schwarzkörperstrahlung und Plancksches Wirkungs- quantum . . . . .	50
6.2.2	Der photoelektrische Effekt . . . . .	51
6.2.3	Röntgenstrahlung . . . . .	51
6.2.4	Compton-Streuung . . . . .	51
6.2.5	Bohrsches Atommodell . . . . .	51
6.2.6	Welleneigenschaften des Elektrons und Quantenme- chanik . . . . .	52
6.3	Quantenmechanik . . . . .	52
6.3.1	Wellenfunktionen von Teilchen . . . . .	52
6.3.2	Wellenpakete . . . . .	52
6.3.3	Unschärferelation . . . . .	53
6.3.4	Schrödinger-Gleichung . . . . .	53
6.3.5	Teilchen im Kastenpotential . . . . .	53
6.3.6	Teilchen im Potentialtopf mit endlich hohen Wänden .	54
6.3.7	Erwartungswerte . . . . .	54
6.3.8	Quantenmechanischer harmonischer Oszillator . . . .	54
6.3.9	Reflexion und Transmission an einem Potentialwall . .	54
6.3.10	Schrödinger-Gleichung in drei Dimensionen . . . . .	54
6.3.11	Schrödinger-Gleichung für zwei identische Teilchen . .	55
6.4	Atome . . . . .	55
6.4.1	Wasserstoffatom . . . . .	55
6.4.2	Wellenfunktion des Wasserstoffatoms . . . . .	56
6.4.3	Magnetische Momente, Elektronenspin . . . . .	56
6.4.4	Stern-Gerlach Experiment . . . . .	56
6.4.5	Addition der Drehimpulse und Spin-Bahn-Kopplung .	56
6.4.6	Periodensystem . . . . .	56
6.4.7	Laser . . . . .	57
6.5	Moleküle . . . . .	57
6.5.1	Chemische Bindung . . . . .	57
6.5.2	Mehratomige Moleküle . . . . .	58

6.5.3	Energieniveaus und Spektren mehratomiger Moleküle	58
6.6	Festkörper	59
6.6.1	Struktur	59
6.6.2	Fermi-Elektronengas	59
6.6.3	Quantentheorie der elektrischen Spannung	59
6.6.4	Bändermodell der Festkörper	59
6.6.5	Dotierte Halbleiter	60
6.6.6	Halbleiterübergangsschichten und Anwendung	60
6.6.7	Supraleitung	60
6.7	Kernphysik	60
6.7.1	Eigenschaften der Kerne	60
6.7.2	Kernspinresonanz	61
6.7.3	Radioaktivität	61
6.7.4	Kernspaltung, Kernfusion, Kernreaktion	61
6.7.5	Wechselwirkung Teilchen-Materie	62
6.8	Elementarteilchen	62
6.8.1	Hadronen und Leptonen	62
6.8.2	Spin und Antiteilchen	63
6.8.3	Erhaltungssätze	63
6.8.4	Quark-Modell	64
6.8.5	Feldquanten	64
6.8.6	Theorie der Elektroschwachen Wechselwirkung	64
6.8.7	Standardmodell	64
6.8.8	Grosse Vereinheitliche Theorien	65

# Kapitel 1

## Mechanik

### 1.1 Einheitensysteme

#### 1.1.1 Grundeinheiten

- Meter
- Sekunde
- Kilogramm
- Kelvin
- Mol
- Ampere
- Candela

#### 1.1.2 Fehlerrechnung

Arithmetisches Mittel  $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$

Gauss-Formel  $s_y = \sqrt{\sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial Y}{\partial X_j} s_{x_j} \right)^2}$

### 1.2 Bewegung in einer Dim

Durchschnittsgeschwindigkeit  $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

Momentangeschwindigkeit  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

Beschleunigung  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(dx/dt)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

### 1.2.1 Anfangswertproblem

„Gegeben ist  $a(t)$ , finde  $v(t)$ !“

Über Integration die Stammfunktion finden.

Lösen der Bewegungsgleichung, so z.B.  $\rightarrow \Delta v = \int a dt$

## 1.3 Bewegung in mehreren Dim

Begriff der Vektoren.

Relativgeschwindigkeit:  $v_{tot} = v_1 + v_2$ .

### 1.3.1 Kreisbewegung

Zentripetalbeschleunigung  $a = \frac{v^2}{r} = \frac{1}{r} \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2$

## 1.4 Newtonsche Axiome

- **Erstes - Trägheitsprinzip:** Ein Körper bleibt in Ruhe oder geradlinig, gleichförmiger Bewegung, wenn keine resultierend äussere Kraft auf ihn einwirkt:  $F = \sum_i F_i = 0$
- **Zweites - Aktionsprinzip:** Die Beschleunigung eines Körpers ist direkt proportional zur resultierenden Kraft und umgekehrt proportional zu seiner Masse:  $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$  oder  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
- **Drittes - Reaktionsprinzip:** Kräfte treten immer paarweise auf: Eine Kraft A bewirkt eine entgegengesetzt gleichstarke Kraft B.

### 1.4.1 Erstes Newtonsches Gesetz

Inertialsystem Unbeschleunigtes Bezugssystem, Trägheitsprinzip gilt.

### 1.4.2 Zweites Newtonsches Gesetz

Gewichtskraft  $\mathbf{F}_G = mg$  mit  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

### 1.4.3 Drittes Newtonsches Gesetz

Kraft und Gegenkraft können sich nicht aufheben, da sie auf verschiedene Körper wirken.

### 1.4.4 Fundamentale Kräfte

- Gravitationswechselwirkung
- elektro-magnetische Wechselwirkung
- starke oder hadronische Wechselwirkung
- schwache Wechselwirkung

Gegenseitige Wirkung mit dem Konzept des Feldes.

## 1.5 Anwendung der N. Axiome

### 1.5.1 Reibung

$F_{H,max} = \mu_H F_N$  bzw.  $F_G = \mu_G F_N$ , wobei:

- $\mu_G < \mu_H$
- $\mu_G$  abhängig von Relativgeschwindigkeit, jedoch im Alltäglichen nahezu konstant.
- $\mu_G$  und  $\mu_H$  von Struktur abhängig, nicht jedoch Berührungsfläche

### 1.5.2 Scheinkräfte

Scheinkräfte treten nur in Nicht-Inertialsystemen auf.

In einem geradlinig-beschleunigten System muss so z. B.  $\mathbf{F}_S = -m\mathbf{a}$ , in einem rotierenden  $F_S = \frac{mv^2}{r}$  plus die Corioliskraft eingeführt werden.

### 1.5.3 Numerische Methoden

EULER-VERFAHREN zur Lösung nicht analytischer Probleme - *Rekursionsformel*:

$$v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$$

$$x_{i+1} = x_i + v_i \Delta t$$

## 1.6 Arbeit und Energie

Erhaltung der Energie.

$$[E] = 1 \cdot J = 1N \cdot m$$

Verschiedene Formen von Energie:

kinetische	$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ bzw. $W = \Delta E = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$
potentielle	
thermische	

### 1.6.1 in mehreren Dimensionen

Skalarprodukt:  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \phi$

### 1.6.2 Potentielle Energie

Folgende Definitionen sind gleichwertig:

- Eine Kraft heisst konservativ, wenn die gesamte Arbeit entlang einem geschlossenen Weg immer gleich Null ist.
- Die Arbeit, die eine konservative Kraft an einem Massenpunkt verrichtet, ist vom Weg unabhängig.
- Eine Funktion mit  $F_r = -grad V(\mathbf{r})$  existiert (Funktion, die Gradient eines Feldes ist).

Somit lässt sich die potentielle Energie als verrichtete Arbeit definieren:  
 $dE_{pot} = -\mathbf{F} \cdot ds$ .

Genaugenommen existiert potentielle Energie also nur in Mehrteilchensystemen: Ein Teilchen, an dem die Arbeit verrichtet wird, und das System, das die Arbeit verrichtet.

### 1.6.3 $E_{pot}$ und Gleichgewicht

Definiere:  $\mathbf{F} = -grad E_{pot} = -\nabla E = -\left(\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial E}{\partial y}, \frac{\partial E}{\partial z}\right)$

Gleichgewicht heisst, dass die resultierende Kraft auf ein Teilchen Null ist.

stabiles Gleichgewicht	Kleine Auslenkung führt zu Rückstellungen.
labiles Gleichgewicht	Es existiert eine Bewegungsrichtung, die das Teilchen aus der Gleichgewichtslage wegführt.
indifferentes Gleichgew	Kleine Auslenkung führt zu keiner einwirkenden Kraft.

Konservative Kräfte beschleunigen Teilchen in Richtung kleinster potentieller Energie.

### 1.6.4 Energieerhaltung

Energieerhaltungssatz der Mechanik:  $E_{tot} = E_{pot} + E_{kin} = const.$

Energieerhaltungssatz: Die Energie eines Systems bleibt stets erhalten: Änderungen der Energie können immer mit Zu- oder Abfluss an irgendeiner Stelle des Systems (über Wärme, Strahlung, etc.) erklärt werden.

### 1.6.5 Leistung

Leistung gibt an, wie schnell Energie auf ein System übertragen wird:

$$P = \frac{dW}{dt} \quad [P] = 1 \frac{J}{s} = 1W = 1Watt$$

## 1.7 Teilchensysteme und Impulserhaltung

Massenmittelpunkt:  $m_{ges}\mathbf{r}_s = \int \mathbf{r}dm$

Der Massenmittelpunkt eines Systems bewegt sich unter dem Einfluss einer äusseren Kraft gleich wie ein Partikel mit der gleichen Masse  $m_{ges} = \sum m_j$ .

### 1.7.1 Impulserhaltung

Impuls:  $\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad [p] = 1 \frac{m}{s} \quad \Rightarrow \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

Wirkt auf ein System keine resultierende äussere Kraft, dann bleibt der Gesamtimpuls erhalten (oder zeitlich konstant).

### 1.7.2 $E_{kin}$ eines Teilchensystemes

Die kinetische Energie setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

- $E_{kin}$  des Massenmittelpunktes
- Relative kinetische Energie der einzelnen Teilchen zu Massenmittelpunkt.

Virtuelle Arbeit: Kraft greift an, Angriffspunkt bewegt sich aber nicht (beschleunigendes Auto: Haftreibung der Strasse verrichtet keine Arbeit, da Angriffspunkt sich nicht bewegt, aber Auto wird (wegen chemischer Energie) schneller).

### 1.7.3 Stösse in einer Dim.

Stoss: Objekte wechselwirken nur kurz miteinander.

- **elastisch:**  $E_{kin}$  bleibt erhalten.  
Es gilt aus Energieerhaltung:  $v_{2,e} - v_{1,e} = -(v_{2,a} - v_{1,a})$ .
- **inelastisch:**  $E_{kin}$  ändert sich (bezogen auf Massenmittelpunkt).

Es gilt:  $E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$

### 1.7.4 Kraftstoss und zeitliches Mittel einer Kraft

$$\text{Kraftstoss} \quad \Delta \mathbf{p} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\mathbf{p}}{dt} dt = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1.$$

$$\text{Zeitliches Mittel einer Kraft} \quad \langle \mathbf{F} \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

### 1.7.5 Raketengleichung

$$m \frac{dv}{dt} = u_{aus} \left| \frac{dm}{dt} \right| + F_{ext}$$

## 1.8 Drehbewegung

$$\text{Masse für Drehung} \quad 2\pi = 2\pi \text{ rad} = 1 U(\text{mdrehung}) = 360^\circ$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \quad [\omega] = s^{-1}$$

$$\text{Winkelbeschleunigung} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} \quad [\theta] = s^{-2}$$

Analog den linearen Bewegungen gilt:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

### 1.8.1 Dreh- und Trägheitsmoment

$$\text{Drehmoment} \quad M = \sum_i M_i = \sum_i F_i r_i = \sum_i \alpha m_i r_i^2$$

$$\text{Trägheitsmoment} \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \Rightarrow I = \int r^2 dm$$

$$\text{Es gilt:} \quad M = I\alpha \quad (\text{analog zu } F = ma)$$

$$\text{Steinerscher Satz:} \quad I = I_S + m_{ges} h^2 \quad \text{mit}$$

$I$  = beliebige Trägheitsachse

$I_S$  = parallele Trägheitsachse durch Schwerpunkt

$h$  = Abstand der beiden Achsen

### 1.8.2 Kinetische Energie der Drehbewegung

Kinetische Energie lässt sich mittels Summieren für alle einzelnen Teilchen berechnen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{Leistung:} \quad P = M\omega$$

### 1.8.3 Drehimpuls

$$\text{Drehimpuls:} \quad L = mvr_{\perp} = mvr \sin \theta = I\omega$$

$$\text{Zweites Newtonsches Axiom für Drehbewegungen:} \quad M = \frac{dL}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt}$$



⇒ Das resultierende Drehmoment ist gleich der zeitlichen Änderung des Drehimpulses!

Für starre Körper ist das Trägheitsmoment konstant:  $M = \frac{d(I\omega)}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha$

Wirkt kein äusseres Drehmoment auf das System, so ist der Gesamtdrehimpuls konstant (analog Translationen - Impulserhaltung):  $\frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{const.}$

Energie:  $E_{kin} = \frac{L^2}{2I}$

#### 1.8.4 Rollende Körper

Rollbedingung:  $v_r = R\omega$  mit  $R = \text{Radius Körper}$

Das Resultierende Drehmoment ist gleich der zeitlichen Änderung des Drehimpulses:  $M_S = \frac{dL}{dt}$

Böschungswinkel (hergeleitet):  $\tan \theta \leq 3\mu_H$

#### 1.8.5 Vektorprodukt

Vektorprodukt:  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (AB \sin \varphi) \mathbf{n}$

Es gelten folgende Gesetze:

- Distributivgesetz:  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$
- Kommutativgesetz:  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$
- BAC-CAB:  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$
- Ableitung:  $\frac{d}{dt}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt}$
- Determinantenschreibweise:  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix}$

Es gilt für Drehbewegungen also:  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$   $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

#### 1.8.6 Ungleichgewichte

**dynamisches** Ungleichgewicht: Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und Drehimpuls  $L$  sind nicht parallel. Nur bei Drehungen um die Hauptträgheitsachse sind  $\omega$  und  $L$  notwendigerweise parallel.

**statisches** Ungleichgewicht.  $\omega$  und  $L$  sind zwar parallel, aber Drehachse nicht durch Schwerpunkt.

Bei beiden Ungleichgewichten bewirkt die Änderung des Drehimpulses eine Kraft!

### 1.8.7 Kreiselbewegung

## 1.9 Statisches Gleichgewicht des starren Körpers

### 1.9.1 Gleichgewichtsbedingung

- Resultierende Kraft auf Körper muss null sein:  $F = 0$
- Resultierendes Drehmoment muss null sein:  $M = 0$

### 1.9.2 Kräftepaare

Ein Kräftepaar erzeugt ein bezüglich jedem Punkt gleiches Drehmoment.

### 1.9.3 Stabilität des Gleichgewichtes

Drei unterschiedliche Arten von Gleichgewicht

- **Stabiles:** Kleine Verschiebung bewirkt Rückstellkraft.
- **Instabiles:** Kräfte/Drehmomente nach kleiner Verschiebung/Drehung bewegen Körper von Gleichgewichtslage weg.
- **Indifferentes:** Kleine Auslenkung führt zu keiner Kraft/keinem Drehmoment.

## 1.10 Gravitation

### 1.10.1 Keplersche Gesetze

Ptolemäus (140 AD): Planeten umkreisen Erde mit Epizykeln.

Kopernikus (1543 AD): Heliozentrisches Weltbild.

Kepler (16. Jh): stellt mit Daten von Tycho Brahe die Keplerschen Gesetze auf:

- Alle Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen, wobei die Sonne jeweils in einem Brennpunkt liegt.
- Die Verbindungslinie überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
- $T^2 \propto r^3$   $T$  = Umlaufdauer;  $r$  = Mittlerer Abstand.

### 1.10.2 Newtonsches Gravitationsgesetz

$$\mathbf{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \cdot \mathbf{e}_{12} \quad \text{mit } G = 6.67 \cdot 10^{11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Gravitationsfeld eines Körpers:  $g(r) = \frac{F}{m} = \frac{GM_K}{r^2}$  mit  $M_K$  = Masse Körper.

Messung von  $G$  mit Torsionswaage (oder Dreh-/Gravitationswaage).

### 1.10.3 Schwere und träge Masse

Die Gleichheit träger und schwerer Masse ist ein bloss experimentell bewiesenes Gesetz.

### 1.10.4 Gebundene Bahnen um die Erde

Gravitationsfeld konservativ, d.h. Betrag hängt nur von Abstand ab, geleistete Arbeit für Verschiebung zwischen zwei Punkten auf allen Wegen gleich.

$E_{pot}$  im Gravitationsfeld der Erde:  $E_{pot}(r) = \int_{R_E}^r dE_{pot} = \frac{GM_E m}{R_E} - \frac{GM_E m}{r}$

Bindungsenergie:  $E_{Bind} = E_{pot,max} = \frac{GM_E m}{R_E} = mgR_E$

Fluchtgeschwindigkeit:  $v_F = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = \sqrt{2gR_E}$

### 1.10.5 Potentielle Energie, Gesamtenergie

Def. der potentiellen Energie:  $E_{pot} := E_{pot}(r) - E_{pot}(\infty) = -\frac{GMm}{r} \Rightarrow E_{pot} < 0$

Gesamtenergie  $E = E_{kin} + E_{pot} < 0 \Rightarrow$  Teilchen gebunden

Gesamtenergie  $E = E_{kin} + E_{pot} > 0 \Rightarrow$  Teilchen frei

### 1.10.6 Gravitationsfelder

Hohlkugel: Herleitung mit Integration Kugelschale und Masse, allerdings mit Gravitationsfeldstärke (wieso?). Hierbei wird zuerst die Feldstärke eines Kreisringes bestimmt, und nachher über die Kreisringe integriert.

Kugel: analog

## 1.11 Mechanik deformierbarer Körper

### 1.11.1 Dichte

Dichte:  $\rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = 10^3 \frac{kg}{m^3}$

### 1.11.2 Spannung, Drehung

Zugspannung oder Spannung:  $\sigma = \frac{F}{A}$

Rel. Längenänderung oder Dehnung:  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

Elastizitätsmodul:  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l}$

Hooksches Gesetz: Bis zur *Proportionalitätsgrenze* verläuft die Dehnung linear zur Spannung, bis zur *Elastizitätsgrenze* verläuft sie nicht-linear, bis zum *Reisspunkt* entstehen irreversible Verformungen.

Querkontraktion bei Dehnung eines Materials: Poissonsche Zahl  $\mu = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$

Damit gilt für das Volumen:  $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l}(1 - 2\mu)$

Scherspannung  $\tau = \frac{F_S}{A}$

Scherung  $\gamma = \frac{\Delta x}{l} = \tan \theta$

Schub- oder Torsionsmodul:  $G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{F_S/A}{\Delta x/l} = \frac{F_S/A}{\tan \theta}$

### 1.11.3 Druck in Flüssigkeiten

Druck:  $p = \frac{F}{A}$   $[p] = 1P(\text{ascal})1N/m^2$

Kompressionsmodul:  $K = -\frac{p}{\Delta V/V}$

$\Rightarrow$  Kompressibilität:  $\kappa = \frac{1}{K} = \frac{\Delta V/V}{p}$

Pascalsches Prinzip: Der auf eine Flüssigkeit ausgeübte Druck verteilt sich gleichmässig auf jeden Punkt der Flüssigkeit und die Wände des Behälters.

Hydrostatisches Paradoxon: Der Druck einer Flüssigkeit ist lediglich von deren Tiefe, nicht aber von der Form des Behälters abhängig!

### 1.11.4 Archimedisches Prinzip, Auftrieb

Archimedisches Prinzip: Ein Körper erfährt eine Auftriebskraft, deren Betrag gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit (oder Gases) ist.

Koeffizient der Oberflächenspannung:  $\gamma = \frac{F_O + mg}{2l}$   $F_O$  aufgewendete Kraft;  $l$  Länge Grenzfläche

Kohäsionskraft: Anziehende Kraft zwischen Molekülen einer Flüssigkeit

Adhäsionskraft: Kraft zwischen Flüssigkeitsmolekül und Wand einer dünnen Röhre

Kapillarwirkung:  $h = \frac{2\gamma \cos \theta_K}{\rho r g}$  mit  $h$  Höhe;  $\theta_K$  Kontaktwinkel

### 1.11.5 Bernoulli-Gleichung, Fluiddynamik

Kontinuitätsgleichung  $\dot{V} = vA = \text{const.}$

$\Rightarrow$  Volumenstrom durch jede Ebene konstant (für inkompressible Flüssigkeiten)

Bernoulli-Gleichung  $p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$

Venturi-Effekt  $p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const}$

$\Rightarrow$  Wenn die Strömungsgeschwindigkeit einer Flüssigkeit zunimmt, fällt deren Druck!

### 1.11.6 Viskosität

Modell einer Flüssigkeit in laminarer Strömung mit übereinanderliegenden Platten: Platten nahe Rand erfährt Reibungskraft wegen Wand!

Viskosität  $F = \eta \frac{vA}{z}$   $[\eta] = N \cdot s / m^2$

Gesetz von Hagen-Poiseuille:  $\Delta p = \frac{8\eta l}{\pi r^4} \dot{V}$

⇒ Druckabfall in einer Röhre mit Radius  $r$  ist umgekehrt Abhängig von  $r^4$

# Kapitel 2

## Schwingungen und Wellen

### 2.1 Schwingungen

#### 2.1.1 Harmonische Schwingungen

$$F_x = -kx = ma = m\ddot{x}$$

Ist die rückstellende Beschleunigung eines Gegenstandes proportional zu seiner Auslenkung, so erfolgt eine harmonische Schwingung.

$$\text{Frequenz} \quad \nu = f = \frac{1}{T} \quad [\nu] = \text{Hz} = \text{s}^{-1}$$

Def. der Bewegung einer harmonischen Schwingung:  $x = A \cos \omega t + \delta$   
mit  $(\omega t + \delta) = \text{Phase}$ ;  $A = \text{Amplitude}$

Andererseits gilt:  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

Bei der harmonischen Schwingung hängen Frequenz und Schwingungsdauer nicht von der Amplitude ab.

#### 2.1.2 Energiebilanz

$$E_{tot} = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$\Rightarrow$  Die Gesamtenergie einer Schwingung ist proportional zum Quadrat der Amplitude!

#### 2.1.3 Mathematisches Pendel

Gewicht an masseloser Feder bei kleinen Auslenkungen.

$$\text{Bewegungsgleichung} \quad \ddot{x} = -\frac{g}{l}x = -\omega^2x$$

$$\Rightarrow \text{Lösung } x = x_0 \cos \omega t + \delta = x_0 \exp i\omega t + \delta$$

$$\text{Periode} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

T von Masse unabhängig ( $F_R \propto m \Rightarrow a = \frac{F}{m} \neq a(m)$ ), grosse Auslenkung mit Reihenentwicklung.

### 2.1.4 Physikalisches Pendel

Starrer Körper, der nicht im Schwerpunkt aufgehängt ist, bei kleinen Auslenkungen.

Bewegungsgleichung  $mgd \sin \varphi = M = I\alpha = I\ddot{\varphi}$

⇒ Lösung:  $\omega^2 = \frac{mgd}{I}$

Periode:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$

### 2.1.5 Torsionspendel

Torsionskonstante D:  $M = -D\varphi = I\ddot{\varphi}$

⇒ Lösung:  $\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}$

Periode:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$

Keine Näherung mit kleinen Winkeln. Aber:  $M_{Ruck} \propto (\text{Auslenkung})$  muss gelten (materialabhängig).

### 2.1.6 Angetriebene, gedämpfte Schwingungen

## 2.2 Mechanische Wellen

Wellen sind zeitlich und räumlich periodische Bewegungen, bei denen Energie und Impuls, nicht jedoch Masse übertragen werden.

### 2.2.1 Wellenberge

*Longitudinalwellen:* Auslenkung parallel zu Ausbreitung

*Transversalwellen:* Auslenkung senkrecht zu Ausbreitung

*Wellenfunktion:* von Ort und Zeit abhängige Funktion, z.B.  $y = y(x+vt)$

Für Wellenfunktionen gilt das *Superpositionsprinzip*, d.h. zwei Wellenfunktionen können einfach addiert werden.

### 2.2.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen

Herleitung per Betrachtung eines Kreissegments (Saitensegmentes) und den Newtonschen Axiomen.

Ausbreitungsgeschwindigkeit:  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$

mit  $\mu = \frac{m}{l}$  Massenbelegung;  $\sigma = \frac{F}{A}$  Seilspannung.

### 2.2.3 Harmonische Schwingung

Sinusförmig angeregte Welle mit Auslenkung  $y = y(x,t)$ .

Wellenlänge  $\lambda$  Abstand zweier Wellenberge

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad v &= \frac{\lambda}{T} = \nu \lambda \\ \text{Auslenkung} \quad y(x) &= A \sin kx \\ \Rightarrow \quad \text{Wellenzahl } k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \text{Harmonische Welle} \quad y(x, t) &= A \sin kx - \omega t \quad \text{mit } \omega = kv = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \end{aligned}$$

### 2.2.4 Energieübertrag durch Wellen

mit  $\Delta E = \frac{1}{2}(\Delta m)^2 \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \Delta x$  folgt  
 Energieübertrag  $P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$

### 2.2.5 Superposition und Interferenz harmonischer Wellen

Phasendifferenz  $\delta$  an einem Ort:  $\Delta t = \frac{\delta}{\omega}$   
 Gangunterschied  $\delta$  zu einer Zeit:  $\Delta x = \frac{\delta}{k} = \frac{\lambda \delta}{2\pi}$   
*konstruktive* Interferenz für Phasendifferenz  $\delta = 0$  bzw Gangunterschied  $\delta = 0$   
*destruktive* Interferenz für Phasendifferenz  $\delta = \pi$  bzw. Gangunterschied  $\delta = \frac{\lambda}{2}$

### 2.2.6 Stehende Wellen

#### beidseitig eingespannt

Bei der Resonanzfrequenz tritt die Grund- oder Eigenschwingung auf: Erste stehende Welle. Die n-te harmonische Schwingung weist die Wellenlänge  $\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n}$   
 Mit Bedingung für Saitenlänge  $l = n \frac{\lambda_n}{2}$  folgt Frequenz für bestehende Wellen:  $\nu_n = n \frac{v}{2l} = n\nu_1$

#### einseitig eingespannt

Bedingung für stehende Wellen:  $l = n \frac{\lambda}{4}$   
 Resonanzfrequenz  $\nu_n = n \frac{v}{4l} = n\nu_1$

### Wellenfunktion

für k-te Eigenschwingung:  $y_n(x, t) = A_n \cos \omega_n t \sin k_n x$

### 2.2.7 Überlagerung stehender Wellen

Eine angeregte Saite schwingt normalerweise gleich mit mehreren Eigenschwingungen.

$$y(x, t) = \sum_n A_n \cos \omega_n t + \delta_n \sin k_n x$$



### 2.2.8 Wellengleichung

Die Wellengleichung wird aus den Newtonschen Axiomen hergeleitet für ein Segment Saite hergeleitet. Untersucht wird die Kraft  $F$  als Differenz der Kräfte, die an den beiden Enden des Segments ziehen. Mit der Näherung  $\sin \theta = \tan \theta$  für  $\theta$  klein und  $F = ma$  wird hergeleitet:

$$\text{Wellengleichung: } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Wellenfunktionen lösen die Wellengleichung (z.B.  $y = Ae^{-i(kx+\omega t)}$ )!

$$\text{Damit gilt: } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

## 2.3 Akustik

### 2.3.1 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen

Schallwellen sind Longitudinalwellen, die sich mit Druck- bzw. Dichteschwankungen ausbreiten.

$$\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit } v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

mit  $K$  Kompressionsmodul;  $E$  Elastizitätsmodul;  $R = 8.314 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$  universelle Gaskonstante;  $M$  Molare Masse

Herleitung des ersten Gleichheitszeichens mit Kraftstoss und Impulsänderung in einem Rohr.

### 2.3.2 Wellen in drei Dimensionen: Intensität

$$\text{Intensität } I = \frac{\langle P \rangle}{A} = \frac{\langle P \rangle}{4\pi r^2} \quad [I] = W/m^2$$

$$\text{Energiedichte } \eta: \quad \Delta E = \eta \Delta V = \eta Av \Delta t$$

$$\Rightarrow \text{mit } \langle P \rangle = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \eta Av \text{ folgt } I = \frac{\langle P \rangle}{A} = \eta v$$

Schallstärke vs. Lautstärke:

Da die Schallempfindlichkeit des Ohres nicht linear, sondern logarithmisch zunimmt, wird im Gegensatz zur *Schallstärke* ( $\hat{=}$  Intensität) die *Lautstärke* eingeführt:

$$\beta = \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad \text{mit } I_0 = 10^{-12} W / m^2$$

So entspricht die *Hörschwelle* genau 0 db und die *Schmerzschwelle* 120 db ( $\hat{=}$   $1 \frac{W}{m^2}$ )

### 2.3.3 Interferenz und Schwebungen

$$\text{Schwebungsfrequenz } \nu_{\text{Schwebung}} = \Delta \nu$$

### 2.3.4 Stehende Schallwellen

Alles analog zum vorigen Kapitel:

- Beidseitig geschlossene Klangkörper finden sich bei Musikinstrumenten nie.

- Einseitig geschlossene Klangkörper ("gedackte" Pfeife) entsprechen einer einseitig befestigten Saite: Nur ungeradzahlige Harmonische treten auf.
- Zweiseitig offene Klangkörper entsprechen zweiseitig befestigten Saiten: Alle ganzzahligen Harmonischen treten auf.

Zu beachten ist, dass der Schwingungsbauch für dreidimensionale (also alle reellen) Pfeifen etwas ausserhalb der Öffnung liegt (Grössenordnung Korrekturterm  $\simeq$  Radius Pfeife)

### 2.3.5 Harmonische Analyse und Synthese

- **Ton:** Für den Musiker eine Note, in der Physik sinusförmige Schallwelle.
- **Klang:** In der Physik Schallwellen, die sich aus Grund- und Obertönen zusammensetzen.
- **Geräusch:** Schallsignale aufgrund nichtperiodischer Schwingungen.
- **Klangfarbe:** Zwei Instrumente, die in einem Ton gleicher Höhe klingen, tönen verschieden, da unterschiedliche, instrumentenabhängige Obertöne (Harmonische) auftreten.
- **Wellenform** (eigentlich Schwingungsform): Von einem Instrument verursachte Druckänderung als Funktion der Zeit, einer Sinuswelle ähnlich. Mittels Fourier-Analyse in **Spektren** zerlegbar: Harmonische Analyse

### 2.3.6 Wellenpakete und Dispersion

Wellenpaket: Im Gegensatz zu einer Welle zeitlich (und entsprechend räumlich) begrenzt.

Dispersion: Für die Dispersion  $\Delta\omega$  gilt:  $\Delta\omega \Delta t \approx 1$  bzw.  $\Delta k \Delta x \approx 1$

Phasengeschwindigkeit: Ausbreitungsgeschwindigkeit einer harmonischen Welle

Gruppengeschwindigkeit: Ausbreitungsgeschwindigkeit (des Schwerpunktes) eines Wellenpaketes.

### 2.3.7 Reflexion, Brechung, Beugung

Strahlnäherung: Ist eine Öffnung gross im Vergleich zur Wellenlänge, kann die Beugung vernachlässigt werden.

### 2.3.8 Doppler-Effekt

Für bewegte Quelle (Wellenlänge ändert sich=:

$$\nu' = \frac{v}{\lambda} = \frac{\nu_0}{1 \pm u_Q/v} \quad \text{für sich nähernde (-) bzw. sich entfernende (+) Quelle,}$$

wobei  $u_Q$  Geschwindigkeit der Quelle

Für bewegten Empfänger (Frequenz ändert sich):

$$\nu' = \nu_0 \left(1 \pm \frac{u_E}{v}\right) \quad \text{für sich nähernden (+) bzw. sich entfernenden (-)}$$

Empfänger., wobei  $u_E$  Geschwindigkeit des Empfängers

Allgemein gilt:  $\nu' = \frac{v'}{\lambda}$

Bewegt sich das Medium, so muss  $v$  durch  $v' = v \pm u - M$  ersetzt werden.

Machsche Zahl: für  $u_Q > v$  (Quelle schneller als Wellen) gilt:

$$\text{Machsche Zahl} = \sin \theta = \frac{vt}{u_Q t} = \frac{v}{u_Q}$$

# Kapitel 3

## Thermodynamik

### 3.1 Temperatur

#### 3.1.1 Temperaturskalen

**Nullter Hauptsatz der Thermodynamik:** Befinden sich zwei Körper in thermischem Gleichgewicht zueinander, so stehen sie es auch untereinander.

#### 3.1.2 Thermische Ausdehnung

Volumen- oder kubischer Ausdehnungskoeffizient:  $\gamma = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V/V}{\Delta T} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT}$

analog: Längenausdehnungskoeffizient  $\alpha$  ( $l$  anstelle  $V$ )

Beachte:  $\gamma = 3\alpha$  (da  $V = l_1 l_2 l_3$ )

#### 3.1.3 Zustandsgleichung idealer Gase

Boyle-Mariotte:  $PV = \text{const.}$  für  $T = \text{const.}$

Gay-Lussac:  $PV \propto T$  oder  $PV = CT$

Gedankenexperiment:  $C = k_B N$

mit  $N$  Anz. Gasmoleküle; und

$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} J/K$  Boltzmann-Konstante (experimentell)

Mol enthält  $N_A$  Moleküle, wobei

Avogadro-Zahl:  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$

Universelle Gaskonstante:  $R = k_B N_A = 8.314 J \cdot \text{mol}^{-1} \cdot K^{-1}$

Zustandsgleichung für ideale Gase:  $PV = nRT$

Molare Masse (Masse eines Mols)  $M \Rightarrow$  Masse von  $n$  Mol:  $m = nM$

Also gilt:  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = \frac{M}{RT} P$

### 3.1.4 Molekulare Deutung der Temperatur: kin. Gastheorie

Idee: Stösse an die Wände des Behälters verursachen Druck in einem Gas. Mit 2. Newtonsches Gesetz  $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d\mathbf{mv}}{dt}$  und folgenden Grundannahmen wird gearbeitet:

1. Gas besteht aus vielen Molekülen, die elastisch an die Wand stossen.
2. Der mittlere Abstand zwischen den Molekülen ist gross im Vergleich zu ihrem Durchmesser; sie üben keine gegenseitigen Kräfte, ausser Stossen, aufeinander aus.
3. Die Gravitation wird wegen grosser Geschwindigkeit der Moleküle ausser acht gelassen, weswegen die Moleküle keine bevorzugte Richtung oder Position haben.

$$E_{kin} = N \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle = \frac{1}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

quadratisch gemittelte Geschwindigkeit:  $v_{rms} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$   
 Maxwell-Boltzmann Energieverteilung → Nachschlagen im Skript!

### 3.1.5 Van-der-Waals-Gleichung

Zustandsgleichung für reale Gase

$$\left( P + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - bn) = nRT$$

- Die Konstante  $b$  gibt das Volumen der Moleküle (pro Mol) wieder; so wird das Volumen um den durch die Moleküle besetzten Raum korrigiert.
- Der Term  $\frac{an^2}{V^2}$  berücksichtigt die gegenseitige Anziehung der Moleküle: Da  $\frac{n}{V}$  Moleküle pro Zeit auf die Wand treffen, ist die Druckabnahme wegen Anziehung  $\propto \frac{n^2}{V^2}$ ;  $a$  ist materialspezifisch (klein für Edelgase)

Mit zunehmender Volumen / abnehmender Dichte geht die Van-der-Waals-Gleichung in die Zustandsgleichung für ideale Gase über.

Da  $b$  das Volumen eines Mols angibt, kann mit  $V = \frac{b}{N_A}$  das Volumen eines Moleküls abgeschätzt werden.

Zeichnet man ein  $P$ - $V$ -Diagramm, so stellt man fest, dass für Temperaturen  $T$  grösser die *kritische Temperatur*  $T_k$  kein Unterschied fest-flüssig besteht; hier beschreibt die Van-der-Waals-Gleichung ein Gas relativ genau.

Unterhalb  $T_k$  existiert ein Bereich, worin das Volumen abnehmen kann, ohne dass der Druck stiege: Hier wandelt sich das Gas in Flüssigkeit um.

Der konstante Druck, bei dem Gas und Flüssigkeit im Gleichgewicht stehen, heisst Dampfdruck; er ist temperaturabhängig.

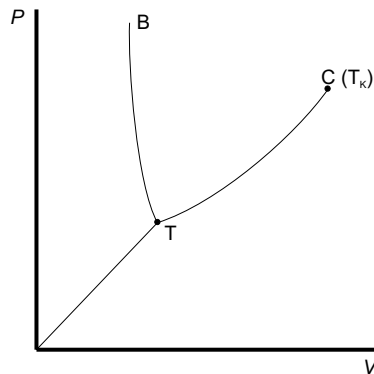


Abbildung 3.1: Phasendiagramm

### 3.1.6 Phasendiagramme

Das  $P$ - $V$ -Diagramm in Abbildung (3.1) heisst Phasendiagramm. Jede Substanz hat ihr charakteristisches Phasendiagramm; es ist folgendermassen zu interpretieren:

- $T$  heisst *Tripelpunkt*. Hier existieren alle drei Phasen nebeneinander
- Kurve  $TC$  beschreibt die Temperaturabhängigkeit des Dampfdrucks: Oberhalb  $C = T_k$  kann nicht mehr zwischen gasförmig und flüssig unterschieden werden, beide Phasen existieren im Gleichgewicht.
- Auf der Gerade zwischen  $T$  und dem Ursprung existieren Gas und Festkörper nebeneinander. Hier kann keine flüssige Phase existieren. Der direkte Übergang zwischen Gas und Festkörper in diesem Bereich heisst *Sublimation*.
- $TB$  ist die Grenze zwischen flüssig und fest. Normalerweise kann sowohl bei geringeren Drücken als auch Temperaturen keine flüssige Phase mehr auftreten: Wasser, dessen Phasendiagramm hier dargestellt ist, bildet eine Ausnahme.

## 3.2 Wärme und erster Hauptsatz der Thermodynamik

Wärmemenge  $Q = C \Delta T = mc \Delta T$   $[Q] = 1 J = 0.24 cal$

mit  $C$  Wärmekapazität;  $c = \frac{C}{m}$  spezifische Wärme = Wärmekapazität pro Masse

molare Wärmekapazität  $C_m = Mc$  Wärmekapazität eines Mols

Wärmekapazität wird gemessen, indem man den Testkörper erwärmt und

anschliessend mit einer bestimmten Masse einer Substanz, deren Wärmekapazität man kennt, in thermisches Gleichgewicht bringt: Die von der Vergleichssubstanz aufgenommene Wärmemenge entspricht der vom Testkörper abgegebenen. Durch Gleichsetzen kann die Wärmekapazität bestimmt werden.

Die spezifische Wärme hängt davon ab, ob sich die Substanz beim Erwärmen ausdehnt: Dann muss ein Teil der gewonnenen Energie zur Volumenvergrößerung verbraucht werden. Folglich ist die spezifische Wärme bei konstantem Druck  $c_p$  grösser als die bei konstantem Volumen  $c_v$ . Diese Differenz kommt vor allem bei Gasen zum Tragen.

### 3.2.1 Phasenübergänge und latente Wärme

Bei Phasenübergängen (Schmelzen, Verdampfen, Sublimieren, Gefrieren, Kondensieren) steigt die Temperatur trotz zugeführter Wärmemenge nicht. Die eingesteckte Wärmemenge heisst latente Wärme:

$$\text{Schmelzwärme } Q = mQ_S \quad \text{bzw. Verdampfungswärme } Q = mQ_V$$

### 3.2.2 Wärmeübertragung

#### Wärmeleitung, Konvektion

Wärmeleitung: Temperaturübertrag ohne Masseübertrag (mit Stössen)

Konvektion: Temperaturübertrag durch Stofftransport

Temperaturgradient:  $\frac{dT}{dx}$

Wärmestrom  $I = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx}$   $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit

Wärmewiderstand  $R$   $\Delta T = IR = I \frac{\Delta x}{\lambda A}$   $[R] = K/W$

wobei Parallelschaltung  $R_{tot} = R_1 + R_2 + \dots$

bzw. Seriellschaltung  $\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

#### Strahlung

Stefan-Boltzmann:  $P_{tot} = P_{emit} - P_{abs} = e\sigma A (T^4 - T_0^4) = e\sigma A \Delta T^4$

mit  $e \in [0, 1]$  Emissionsgrad

und  $\sigma = 5.6793 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$  Stefan-Boltzmann Konstante

Ein Körper mit  $P_{emit} = 0$  heisst *schwarzer Körper*, da er die ganze eintreffende Strahlung absorbiert.

Wiensches Verschiebungsgesetz:  $\lambda_{max} = \frac{2.898 \text{mm} \cdot K}{T}$  Maximale Wellenlänge der Schwarzkörperstrahlung

Newtonsches Abkühlungsgesetz: Abkühlungsgeschwindigkeit umgekehrt prop. zu Temperaturdifferenz zwischen Körper und Umgebung

### 3.2.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik: Energieerhaltungssatz

Zustandsgrößen: Größen, die vom Momentanen Zustand des System abhängen, nicht jedoch vom Weg, wie dieser erreicht wurde (z. B.  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $U$ ).

$$\Delta U = Q + W$$

Die dem System netto zugeführte Wärme  $Q$  ist die Differenz der Änderung seiner inneren Energie und der von ihm verrichteten Arbeit  $W$  ( $Q = \Delta U - W$ ).

Differentielle Schreibweise:  $dQ = dU - dW$

### 3.2.4 Innere Energie idealer Gase

Keine Wechselwirkung aufeinander, also  $E_{kin} = 0$ , also innere Energie  $U$  ist nur temperaturabhängig:

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

### 3.2.5 Volumenarbeit, P-V-Diagramm eines Gases

reversibel Prozess kann umgekehrt werden

- isobar Druck bleibt konstant  
Bei isobarer Expansion wird das Volumen vergrößert: Arbeit gegen den Aussendruck muss verrichtet werden:  $W = -\int_{V_1}^{V_2} P dV$
- isotherm Temperatur bleibt konstant  
Bei isothermer Expansion bleibt  $PV = \text{const}$ :  
 $dW = -P dV = -\frac{nRT}{V} dV \Rightarrow W_{isoth} = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

Mit Kreisprozesse kann am System Arbeit verrichtet werden, sodass die innere Energie  $U$  am Anfang und am Ende gleich ist (da die Zustandsgrößen  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $U$  gleich sind). Also muss dem System die verrichtete Arbeit zu- oder abgeführt worden sein.

### 3.2.6 Wärmekapazitäten, Gleichverteilungssatz

Für konstantes Volumen tritt keine Volumenarbeit auf:  $dW = 0$

$$\Rightarrow dQ_V = C_V dT = dU - dW = dU$$

$$\Rightarrow C_V = \frac{dQ}{dT}$$

Für konstanten Druck gilt:  $dW = -P dV$

$$\Rightarrow dQ_P = C_P dT = dU - dW = dU + P dV = C_V dT + P dV = C_V dT + nR dT$$

$$\Rightarrow C_P = C_V + nR$$



Es gilt der Gleichverteilungssatz: Für eine Substanz im Gleichgewicht entfällt auf jeden Freiheitsgrad (Translation, Rotation) eine mittlere Energie von  $\frac{1}{2}k_B T$  pro Teilchen,  $\frac{1}{2}RT$

Regel von Dulong und Petit:  $C_m \approx 3R = 24.9 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$   
 Drei Translationsfreiheitsgrade und drei "Schwingungsfreiheitsgrade" (aus Festkörpermodell mit Federn), also total 6:  $U = 6 \cdot \frac{1}{2}nRT = 3nRT$

### 3.2.7 Adiabatische Zustandsänderung

Eine Temperaturänderung, bei der keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird, heisst *adiabatisch*:  $dQ = dU - dW = 0$

Es folgt:  $PV^\gamma = \text{const.}$  mit  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

$$w_{\text{adiab}} = - \int P dV = \int C_V dT = C_V \Delta T = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$

## 3.3 Verfügbarkeit von Energie

### 3.3.1 Wärmekraftmaschinen und zweiter Hauptsatz

*Wärmekraftmaschinen* wandeln Wärme in mechanische Arbeit um. Jede enthält eine sog. *Arbeitssubstanz*, die die Temperatur  $T_w$  bzw. Wärmemenge  $Q_w$  aufnimmt, die Arbeit  $W$  verrichtet und bei der tieferen Temperatur  $T_k$  und Wärmemenge  $Q_k$  abgibt.

Wärmekraftmaschinen führen einen Kreisprozess durch, also ist die innere Energie vor und nach dem Prozess dieselbe. Nach 1. HS gilt:

$$\Delta U = Q + W = Q_k + Q_w + W = 0 \Rightarrow |W| = |Q_w| - |Q_k|$$

$$\text{Wirkungsgrad} \quad \varepsilon = \frac{|W|}{|Q_w|} = \frac{|Q_w| - |Q_k|}{|Q_w|} = 1 - \frac{|Q_k|}{|Q_w|} \quad 0 < \varepsilon < 1$$

*Zweiter Hauptsatz* oder *Prinzip von Thomson* (für Wärmekraftmaschinen):  
 Es ist unmöglich, eine zyklisch arbeitende Wärmekraftmaschine zu entwickeln, die nur Wärme aus einem Reservoir entnimmt und in Arbeit umwandeln kann.

### 3.3.2 Kältemaschinen und der zweite Hauptsatz

*Zweiter Hauptsatz* oder *Prinzip von Clausius* (für Kältemaschinen):

Es ist unmöglich, eine zyklisch arbeitende Maschine zu entwickeln, die nur Wärme von einem kälteren Reservoir in ein wärmeres überträgt.

Wirkungsgrad einer Kältemaschine oder Leistungszahl:

$$c_L = \frac{Q_k}{W} \quad 1 < c_L < \infty$$

### 3.3.3 Carnot-Wirkungsgrad

*Carnot-Prinzip* Zwischen zwei gegebenen Wärmereservoirien hat die reversibel arbeitenden -kraftmaschine den höchstmöglichen Wirkungsgrad. Dieser heisst deshalb *Carnot-Wirkungsgrad*  $\varepsilon_C$  Bedingungen für die Reversibilität von Vorgängen:

- Es dürfen keine dissipativen Effekte (z.B. Reibung) Energie in Wärme umwandeln
- Keine Wärmeleitung aufgrund endlicher Temperaturdifferenzen
- Das System muss sich stets im Gleichgewicht befinden, also alle Vorgänge müssen quasistatisch ablaufen

**Carnot-Kreisprozess**

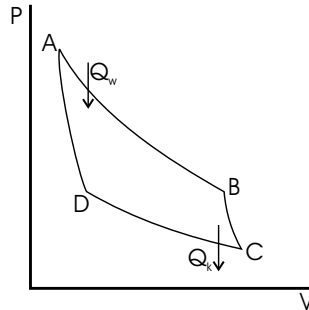


Abbildung 3.2: Diagramm eines Carnot-Prozesses

In Abbildung (3.2) findet von 1 nach 2 eine isotherme und von 2 nach 3 eine adiabatische Expansion statt; dabei verrichtet das Gas Arbeit an der Umgebung. Bei der anschliessenden isothermen (von 3 nach 4) und adiabatischen (4 zu 1) Kompression wird Arbeit am Gas verrichtet. Die Innenflächen entspricht der netto abgegebenen Arbeit.

Mit Energiebetrachtung lässt sich der *Carnot-Wirkungsgrad* herleiten für reversible Prozesse:  $\epsilon_C = 1 - \frac{|(Q_k)_{rev}|}{|(Q_w)_{rev}|} = 1 - \frac{T_k}{T_w}$

Der relative Wirkungsgrad misst die Effizienz einer realen Maschine:

$$\epsilon_r = \frac{\text{tatsächlicher Wirkungsgrad}}{\text{Carnot-Wirkungsgrad}} = \frac{\epsilon}{\epsilon_C}$$

**3.3.4 Wärmepumpe**

Wärmepumpen sind Heizungen, die der Umgebung Wärmemenge entnehmen und dem Inneren zuführen, also Kältemaschinen.

maximale Leistungszahl  $c_{L,max} = \frac{T_k/T_w}{1-T_k/T_w} = \frac{T_k}{T_w-T_k} = \frac{T_k}{\Delta T}$

Arbeit  $W = \frac{|Q_w|}{1+c_L}$

**3.3.5 Entropie und Unordnung**

Neue Zustandsfunktion:  $S$

Entropie  $\Delta S = \int \frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Entropie  $S$  nur von Anfangs- und Endzustand abhängig, aber für Berechnung braucht es einen reversiblen Prozess, der beide Zustände verbindet.

Bei reversiblen Prozessen ist die Entropieänderung des Universums null.

Bei irreversiblen Prozessen nimmt die Entropie des Universums zu.

Es gibt keine Prozesse, die zu einer Abnahme der Entropie führten. ( $\cong$  2. HS der Thermodynamik)

Durch jeden irreversiblen Prozess wird Energie entwertet. Diese Energie ist gleich dem Produkt aus Entropieänderung und der absoluten Temperatur des kältesten vorhandenen Reservoirs. Die nicht mehr verfügbar Arbeit beträgt  $W_n = T \Delta S_U$  mit  $\Delta S_U$  Entropieänderung des Universums.

### 3.3.6 Entropie und Wahrscheinlichkeit

Ein Zustand hoher Ordnung hat eine geringe Wahrscheinlichkeit, einer niedrigeren Ordnung grosse. Bei irreversiblen Prozessen geht das Universum in einen Zustand höherer Wahrscheinlichkeit über.

### 3.3.7 Dritter Hauptsatz der Thermodynamik

**Dritter Hauptsatz** Es ist (auch theoretisch) unmöglich, durch irgendeine Prozedur die Temperatur eines Systems auf den absoluten Nullpunkt zu senken.

**Nernstsches Wärmetheorem** Am absoluten Nullpunkt ist die Entropie völlig geordneter Kristalle gleich null.

(Damit lassen sich absolute Entropie berechnen sowie die Durchführbarkeit chemischer Reaktionen voraussagen.)

# Kapitel 4

## Elektrodynamik und Magnetismus

### 4.1 E-Feld I: Diskrete Ladungsverteilung

Bemerkung: Die Elektrodynamik wird im folgenden knapp gehalten, da ich als Hauptfach-Physiker im letzten Semester eine einschlägige Vorlesung genossen hatte.

#### 4.1.1 Ladung

Es gilt die Ladungserhaltung als fundamentales Naturgesetz.

#### 4.1.2 Influenz

Influenz ist der Vorgang, bei dem man einen Leiter durch räumliche Trennung lädt.

#### 4.1.3 Coulombsches Gesetz

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{e}_{12}$$

mit  $\epsilon_0 = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$  und  $[q] = C$

#### 4.1.4 E-Feld

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \mathbf{e}_{i0} = \sum E_i$$

Dipolmoment  $\mathbf{p} = ql$  mit  $l$  Abstandsvektor

#### 4.1.5 Elektrische Dipole in E-Feldern

*nichtpolar* In elektrisch neutraler Umgebung fallen der positive und negative Ladungsschwerpunkt zusammen (Atome, Moleküle, etc.), im E-Feld

tritt dann ein *induziertes Dipolmoment* auf.

*polar* Ladungsschwerpunkte fallen nicht zusammen, permanentes elektrisches Dipolmoment.

Dadurch erzeugtes Drehmoment:  $\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \Rightarrow E_{pot} = -pE \cos \theta = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$

## 4.2 E-Feld II: Kontinuierliche Ladungsverteilung

Raumladungsdichte  $\varrho = \frac{dQ}{dV} \Rightarrow Q = \int_V dq = \int_V \varrho dV$

analog Flächenladungsdichte, Linienladungsdichte

### 4.2.1 Gaussches Gesetz

Elektrischer Fluss  $\phi = EA$

Gaussches Gesetz  $\phi_{ges} = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{innen}}{\epsilon_0}$

Der Gesamtfluss durch eine geschlossene Oberfläche entspricht der Gesamtladung im Innern.

### 4.2.2 Ladung und Feld auf Oberflächen leitender Gegenstände

elektrostatistisches Gleichgewicht tritt ein, wenn die Ladungen ein äusseres Feld im Inneren des Leiters neutralisieren.

## 4.3 Elektrisches Potential

### 4.3.1 Elektrisches Potential und Potentialdifferenz

Potentialdifferenz  $\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{\Delta E_{pot}}{q_0} = -\frac{1}{q_0} \int_a^b F dl = -\int_a^b E dl$

Die Potentialdifferenz ist die Arbeit pro Ladungseinheit, die ein elektrisches Feld an einer Probeladung verrichtet.

$U_{12} = \varphi(1) - \varphi(2) \quad [U] = 1 V = 1 J/C$

Elektronenvolt  $1 eV = 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot V = 1.6 \cdot 10^{-19} J$

### 4.3.2 Potential eines Systems von Punktladungen

$\varphi_0$  wird üblicherweise definiert als  $\varphi_0 := \varphi(r = \infty)$

### 4.3.3 Berechnung des Potentials kontinuierlicher Ladungsverteilungen

Gradient  $\mathbf{E} = -grad \varphi = -\nabla\varphi$

Divergenz  $div a = \nabla \cdot a = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (a_x, a_y, a_z) = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$

Poisson-Gleichung  $\operatorname{div} E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$   
 ergibt die kontinuierliche Ladungsverteilung aus dem E-Feld  
 und  $\operatorname{div} E = -\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\Delta \varphi = \frac{\rho}{\epsilon_0}$   
 mit Laplace-Operator  $\Delta = \operatorname{div} \operatorname{grad} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$   
 Gaussscher Integralsatz  $\phi = \oint_S E \cdot n \, dA = \int_V \operatorname{div} E \, dV$

#### 4.3.4 Äquipotentialflächen, Ladungsfluss, dielektrischer Durchschlag

Auf einem Leiter beliebiger Form ist die Obreflächenladungsdichte an der Stelle mit dem kleinsten Radius am grössten.

### 4.4 Kapazität, Dielektrika, elektrost. Energie

#### 4.4.1 Plattenkondensatoren

Kapazität  $C = \frac{Q}{\Delta \varphi} = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{s}$   $[C] = 1 F = 1 C/V = 1 \text{ Farad}$

#### 4.4.2 Dielektrika

Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  materialabhängig  $\Rightarrow \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  Es gilt:  
 $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$  bzw.  $C = C_0 \epsilon_r$   
 dielektrische Suszeptibilität  $\chi_e = \epsilon_r - 1$

#### 4.4.3 Speicherung elektrischer Energie

Potentielle Energie  $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$   
 Energiedichte  $w_{el} = \frac{\text{Energie}}{\text{Volumen}} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$

#### 4.4.4 Zusammenschaltung von Kondensatoren

Parallel  $C_{ers} = \sum_i C_i$   
 Da  $Q_i = C_i U$  folgt:  $Q_{tot} = (Q_1 + Q_2 + \dots) U$   
 Seriell  $\frac{1}{C_{ers}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$   
 Da  $U : i = \frac{Q}{C_i}$  folgt:  $U_{tot} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \right) Q$

## 4.5 Elektrischer Strom

### 4.5.1 Strom und Bewegung von Ladungen

Strom  $I = \frac{dQ}{dt} = nqAv_d$   $[I] = 1 A = 1 C/S = 1$  Ampère.  
mit  $q$  Ladung eines Teilchens;  $A$  Querschnittsfläche;  $v_d$  Driftgeschwindigkeit

### 4.5.2 Widerstand, Ohmsches Gesetz

*Ohmsches Gesetz* (exp): Die Stromstärke (in einem kleinen Leiterstück) ist proportional zur Potentialdifferenz an den Enden:  $I = \frac{1}{R}U$

*ohmscher Widerstand*  $R = \frac{U}{I}$   $[R] = 1 \Omega = 1 V/A = 1$  Ohm

ohmsche Widerstände sind linear (sonst nicht-ohmscher Widerstand).

*spezifischer Widerstand*  $\rho$ :  $R = \rho \frac{l}{A}$   $[\rho] = \Omega \cdot m$

*Leitfähigkeit*  $\sigma = \frac{1}{\rho}$

*Stromdichte*  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = \frac{I_{\text{eff}}}{a^2} \Rightarrow I = \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dA$

### 4.5.3 Energie des elektrischen Stromes

*Energieabnahme* beim Fluss  $\Delta W = \Delta Q(-U) \Rightarrow -\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}U = IU$

Daraus folgt:  $P = UI$

*Joulesche Wärme* heisst die durch Widerstand verlorene Energie.

*Quellen- oder Leerlaufspannung*  $U_Q$  heisst die Potentialdifferenz einer *Spannungsquelle*.

*Innenwiderstand*  $R_i$  heisst der zur Differenz zwischen der theoretischen Quellenspannung und der tatsächlich gemessenen *Klemmenspannung*  $U$  gehörige Widerstand.

Damit folgt:  $\varphi_a = \varphi_b + U_Q - IR_i \Rightarrow I = \frac{U_Q}{R+R_i}$

### 4.5.4 Zusammenschaltung von Widerständen

Herleitung analog Kapazitäten (aber Achtung: parallel/seriell umgekehrt!):

Seriell  $R_{ers} = \sum_i R_i$

Parallel  $\frac{1}{R_{ers}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

### 4.5.5 Mikroskopisches Modell des Ohmschen Widerstandes

Annahme: Elektronen werden vom angelegten Feld beschleunigt, aber stets wieder durch Stösse mit Gitterionen gebremst; folglich steigt die Driftgeschwindigkeit nicht über einen bestimmten Wert, was dann als Widerstand in Erscheinung tritt.

Driftgeschwindigkeit  $v_d = \mu E$  mit  $\mu$  Beweglichkeit (Proportionalitätsfaktor)

spez. Widerstand  $\rho = \frac{m_e \langle v \rangle}{ne^2 \lambda}$  mit  $\lambda$  mittlere freie Weglänge;  $n$  Anz. Elektronen mit Ladung  $e$



## 4.6 Gleichstromkreise

### 4.6.1 Kirchhoffsche Regeln

*Knotenregel:* Die Summe aller in einen Knoten einflussenden Ströme ist gleich der wegflussenden.

*Maschenregel:* Beim Durchlaufen einer Masche ist die Summe aller Spannungen null.

Mathematisch:  $\sum_n I_n = 0$  bzw.  $\sum_{Masche} U_{Qm} = \sum_{Masche} I_n R_n$

Schliesslich lässt sich noch die Symmetrie ausnutzen: Punkte auf dem gleichen Potential können verbunden werden.

### 4.6.2 RC-Kreise

#### Entladen

Mit Maschenregel ( $\frac{Q}{C} - IR = 0$ ) hergeleitet:  $\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q$   
 Daraus folgt:  $Q = e^A e^{-t/RC} = Q_0 e^{-t/\tau}$  mit  $e^A = Q_0$  Integrationskonstante (Anfangsladung) und  $\tau = RC$  charakteristischer *Zeitkonstante*  
 bzw.  $I = \frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$

#### Laden

Wieder Maschenregel ( $U - IR - \frac{Q}{C} = 0$ ):  $U = R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$   
 Daraus folgt:  $Q = CU(1 - e^{-t/\tau}) = Q_e(1 - e^{-t/\tau})$  mit  $Q_e$  maximale Endladung  
 bzw.  $I = \frac{U}{R} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$

## 4.7 Magnetfeld

Kreisströme alleinige Quellen des Magnetfeldes

### 4.7.1 magnetische Kraftwirkung

*Magnetfeld B* und *magnetische Permeabilität H*:  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$   
 mit  $\mu$  Permeabilität;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$   
 $[\mathbf{B}] = 1 \frac{\text{N/C}}{\text{m/s}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}} = 1 \text{ T(esla)} = 10^4 \text{ G(auss)}$   
 Lorentz-Kraft:  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  Kraft von B auf q  
 $\Rightarrow d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$  Kraft auf Leiterabschnitt

### 4.7.2 Bewegung einer Punktladung im Magnetfeld

Für  $v \perp B$  gilt:  $qvB = \frac{mv^2}{r}$   
 Mit  $T = \frac{2\pi r}{v}$  folgt *Zyklotronfrequenz*  $\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \neq f(r)$   
 Für  $v$  nicht  $\perp B$ : Zerlegen in  $v_{\perp}$  und  $v_{\parallel} \rightarrow$  Helixbewegung

Geschwindigkeitsfilter: B-Feld mit so entgegengesetztem E-Feld, das durchfliegende Teilchen entgegengesetzte Kräfte erfahren: Nur Teilchen mit  $v = \frac{E}{B}$  durchqueren Konfiguration

e/m-Versuch von Thomson: analog, aber nur mit B-Feld oder E-Feld

Massenspektrometer: Mit Radius gemessen:  $\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2 \Delta \phi}$

Zyklotron: Mit Wechselspannung betriebener Beschleuniger aus zwei halbkreisförmigen Platten; es gilt:  $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{q^2 B^2}{m} \right) r^2$

### 4.7.3 Auf Leiterschleifen und Magnete ausgeübtes Drehmoment

magnetisches Moment:  $\mathbf{m}_m = N I \mathbf{A} \mathbf{n}$  mit  $N$  Anz. Windungen;  $A = ab$  Fläche der Schleife;  $\mathbf{n}$  Normale auf  $A$ ;  $I$  Strom

Drehmoment:  $\mathbf{M} = \mathbf{m}_m \times \mathbf{B}$

$\mathbf{m}_m$  eines Permanentmagneten:  $\mathbf{m}_m = |P| \mathbf{l}$  mit  $P$  Polstärke;  $F = PB$

Die fundamentale Einheit des Magnetismus ist der magnetische Dipol

### 4.7.4 Hall-Effekt

Messung der Dichte und Vorzeichen von Ladungsträgern mittels Trennung durch ein B-Feld; diese Trennung verursacht messbare Spannung im Leiter senkrecht zu  $v$  und  $B$

$U_H = \frac{I B}{n e d} = A_H \frac{I B}{d}$  mit  $n$  Ladungsträgerdichte;  $A_H$  materialcharakteristische *Hall-Konstante*

## 4.8 Quellen des B-Feldes

### 4.8.1 Magnetisches Feld einer Punktladung

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^2}$$

$$F_{12} = q_2 v_2 \times B_1 \quad \text{Kraft von } q_1 \text{ auf } q_2$$

### 4.8.2 Gesetz von Biot-Savard

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^2}$$

Damit lässt sich berechnen:

$$\text{Kreisschleife} \quad B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\text{Achse Dipol} \quad B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m_m}{x^3} \quad \text{für grosse } x$$

$$\text{Zylinderspule} \quad B = \mu_0 n I$$

$$\text{gerader Leiter} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad \text{mit } \sin \theta_1 + \sin \theta_2 \rightarrow 1 \text{ für grosse } x$$

### 4.8.3 Definition des Ampere

Es fließt genau 1 Ampere Strom, wenn zwei unendlich lange, parallele Leiter sich mit einer Kraft pro Meter von  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$  beeinflussen.

### 4.8.4 Amperesches Gesetz

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_C$$

Damit folgende Felder:

$$\text{Toroid} \quad B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad a < r < b$$

Rotation:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{a} &= \nabla \times \mathbf{a} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{e}_x \left( \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_y \left( \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + \mathbf{e}_z \left( \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

Damit:  $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$

$$\text{Satz von Stokes} \quad \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_A \text{rot } \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dA$$

## 4.9 Magnetische Induktion

*magnetische Induktion* heisst der Vorgang, bei dem ein zeitlich änderndes Magnetfeld die sog. *Induktionsspannung* erzeugt.

### 4.9.1 Magnetischer Fluss

$$\text{magnetischer Fluss} \quad \phi_m = BA \cos \theta = \int_A \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dA$$

mit  $B$  Magnetfeld;  $A$   $B$  umgebene Fläche

$$[\phi_m] = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ Weber}$$

$$\text{Für Spulen:} \quad \phi_m = \int_A N \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dA = \int_A N B_n \, dA$$

### 4.9.2 Induktionsspannung und Faradaysches Gesetz

$$\text{Faradaysches Gesetz:} \quad U_{ind} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\phi_m}{dt}$$

### 4.9.3 Lenzsche Regel

Induktionsspannung und hervorgerufener Strom sind stets so gerichtet, dass sie sich entgegenwirken.

### 4.9.4 Induktionsspannung durch Bewegung

$$|U_{ind}| = Bl \frac{dx}{dt} = Blv$$

### 4.9.5 Generatoren und Motoren

Meist Spule zwischen Magneten:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \phi_m &= NBA \cos \theta && \text{mit } \theta = \omega t + \delta = 2\pi\nu t + \delta \\ \Rightarrow U &= -\frac{d\phi_m}{dt} = -NBA \frac{d}{dt} \cos \omega t + \delta = +NBA\omega \sin \omega t + \delta := U_{max} \sin \omega t + \delta \end{aligned}$$

### 4.9.6 Induktivität

$$\begin{aligned} \text{Selbstinduktivität} & \quad \phi_m = LI \\ \text{Zylinderspule} & \quad L = \frac{\phi_m}{I} = \mu_0 n^2 Al \\ U &= -\frac{d\phi_m}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$

Gegeninduktivität heisst die gegenseitige Induktivität, die eine Schlaufe 2 auf die 1 ausübt:

$$\phi_{m2} = L_2 I_2 + M_{12} I_1 \quad \text{mit } M_{12} \text{ Gegeninduktivität lässt sich nur für konkrete Fälle berechnen}$$

### 4.9.7 LR-Kreise

Strom baut sich nur langsam auf:

$$I = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-Rt/L}) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{t/\tau}) \quad \text{mit } \tau = L/R \text{ Zeitkonstante}$$

### 4.9.8 Energie des Magnetfeldes

Für den Energiegehalt des Magnetfeldes einer Spule gilt:

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\text{Damit Energiedichte} \quad w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

## 4.10 Magnetismus in Materie

Fünf Sorten Materie in Bezug auf Magnetismus:

para-, dia-, ferro- sowie ferri- und antiferromagnetische.

### 4.10.1 Magnetisierung, magnetische Suszeptibilität

$$\text{Magnetisierung:} \quad \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{m}_m}{dV}$$

Im Modell geht man davon aus, dass die Magnetisierung in magnetischem Material durch mikroskopische Kreisströme erzeugt wird; der gesamte Strom ergibt sich zusammen mit diesen mikroskopischen Kreisströmen und dem Oberflächenstrom, dem sog. *Ampéreschen Strom*. Für das Magnetfeld in einem Material ergibt sich somit:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

wobei  $B_0$  Feld, welches das Material magnetisiert;  $H$  magn. Feldstärke;  $\chi_m$  magn. Suszeptibilität;  $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$  Permeabilität

$B$  und nicht  $H$  beschreibt das Magnetfeld, weil  $B$  auch die Magnetisierung

des Materials beinhaltet: Die Quellen von  $\mathbf{H}$  sind nur die freien Ströme, während von  $\mathbf{B}$  auch noch die in magn. Material vorkommenden Kreisströme Quellen sind.

#### 4.10.2 Atomare magnetische Momente

Bahndrehimpuls  $L$ :  $\mathbf{m}_m = \frac{q}{2m} \mathbf{L}$   
 Für Elektronen gilt:  $m_m = -\mu_B \frac{L}{\hbar}$  mit  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$  Bohrsches Magneton

#### 4.10.3 Paramagnetismus

Es gilt:  $\chi_m > 0$ , aber klein. Atome paramagnetischer Materialien haben sehr schwache permanente Magnetisierung und wechselwirken kaum untereinander. Thermische Bewegung überlagert die magn. Ausrichtung!

Curiesches Gesetz:  $M = \frac{1}{3} \frac{m_m B_0}{k_B T} M_s$

#### 4.10.4 Ferromagnetismus

Es gilt:  $\chi_m \gg 0$

Weissche Bezirke: Bezirke, in denen die gegenseitige magn. Wechselwirkung alle Atome gleich ausgerichtet hat.

Mit einem äusseren Magnetfeld (der Magnetfeldstärke  $H$ ) lassen sich die Atome ausrichten und das Magnetfeld  $B$  des Materials verändern ( $\rightarrow$  Hysteresekurve!). Die Fläche innerhalb der Hysteresekurve entspricht der Energie, die so im Magneten gespeichert wird.

Rel. Permeabilität:  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m = \frac{B}{B_0}$

#### 4.10.5 Diamagnetismus

Es gilt:  $\chi_m < 0$ , aber klein. Magnetischen Momente der Atome heben sich gegenseitig auf; so sind Supraleiter ( $\chi_m = -1$ ) perfekte Diamagneten.

### 4.11 Wechselstromkreise

#### 4.11.1 Wechselspannung an einem Widerstand

Es gilt:  $U \equiv U(t) = U_0 \sin \omega t - \delta$   
 Wähle  $\delta = 0 \Rightarrow I \equiv I(t) = \frac{U_0}{R} \cos \omega t = I_0 \cos \omega t$   
 Leistung  $\langle P \rangle = \langle I_0^2 R \cos^2 \omega t \rangle = R \langle I_0^2 \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} R I_0^2$

#### Effektivwerte

Erzeugt ein Wechselstrom bzw. -spannung eine bestimmte mittlere Leistung, so ist der Effektivwert diejenige Stromstärke bzw. Spannung, die als Gleichstrom bzw. -spannung dieselbe Leistung erbringen würde.

$$\begin{aligned} \text{Quadratisch gemittelt:} \quad A_{eff} &= \sqrt{\langle A(t)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^t A(t)^2 dt} \\ \text{eff. Stromstärke} \quad I_{eff} &= \frac{I_0}{\sqrt{2}} \\ \text{eff. Wechselspannung} \quad U_{eff} &= \frac{U_0}{\sqrt{2}} \\ \text{Ohmsches Gesetz:} \quad R &= \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \end{aligned}$$

#### 4.11.2 Wechselströme in Spulen und Kondensatoren

Aus dem Faradayschen Gesetz (aus 4.9.2) lässt sich mit Kirchhoffschen Regeln für Spulen herleiten:

$$\begin{aligned} \text{Induktiver oder Blindwiderstand einer Spule } X_L &= \omega L \\ \Rightarrow I_{eff} &= \frac{U_{eff}}{\omega L} = \frac{U_{eff}}{X_L} \end{aligned}$$

Analog lässt sich für Kondensatoren herleiten:

$$\begin{aligned} \text{kapazitiver Widerstand} \quad X_C &= \frac{1}{\omega C} \\ \Rightarrow I_{eff} &= U_{eff} (\omega C) = \frac{U_{eff}}{X_C} \end{aligned}$$

In beiden Fällen leistet der Widerstand  $X_L$  bzw.  $X_C$  keine Leistung (math:  $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle = 0$ ).

#### 4.11.3 Zeigerdiagramme

Zur Addition von sin- und cos-Funktionen ist es sinnvoll, vektoriell (mit Zeigern, die den dem momentanen Ausschlag von  $U$  darstellen) anstatt algebraisch zu addieren.

#### 4.11.4 LC- und LCR Kreise ohne Wechselspannungsquelle

Der LC- und der LCR-Kreis sind Schwingkreise: Es wird andauernd elektrostatische potentielle Energie (des Kondensators) in Energie des Magnetfeldes (der Spule) und zurück verwandelt. Der LC-Kreis ist dabei ein ungedämpfter, der LCR-Kreis ein gedämpfter Schwingkreis.

$$\text{LC-Kreis:} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Da } W_m = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t \text{ ist gilt für die}$$

$$\text{gesamte Energie} \quad W_{tot} = W_e + W_m = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t + \frac{q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t = \frac{q_0^2}{2C}$$

$$\text{LCR-Kreis:} \quad L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

#### 4.11.5 LCR-Kreis mit Wechselspannung

Mit der Wechselspannung kommt im Vergleich zum letzten Kapitel eine antreibende Kraft hinzu:

**Seriellschaltung**

inhomogene DGL  $L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_0 \cos \omega t$

Aus Lösung:

Impedanz  $Z$ :  $I = I_0 \cos \omega t - \delta = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}} \cos \omega t - \delta = \frac{U_0}{Z} \cos \omega t - \delta$

mit  $X_L - X_C$  Reaktanz.

Leistung  $\langle P \rangle = \frac{U_{eff}^2 R \omega^2}{L^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 R^2} \rightarrow$  Resonanzkurve

Gütefaktor  $Q = \frac{2\pi W_{tot}}{|\Delta W|} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \frac{\nu_0}{\Delta \nu}$

**Parallelschaltung**

Mit Gesamtstrom  $I = \sqrt{I_R^2 + (I_L + I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_L} + \frac{U}{X_R}\right)^2} = \frac{U}{Z}$

Damit Blindwiderstand  $\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_R}\right)^2}$

**4.11.6 Transformator**

$$U_2 = -\frac{N_2}{N_1} U_1$$

**4.11.7 Gleichrichtung und Verstärkung**

*Diode* Eine beheizte Kathode emittiert Elektronen, sobald sie heiss genug ist. Da sie jedoch nur Elektronen emittieren kann, lässt sie Strom nur in einer Richtung fließen.

Mit einem Trafo gekoppelt kann man so *pulsierenden Gleichstrom* erzeugen: Der Strom schwingt nur noch entweder in den positiven Bereich, die negativen Wellen werden 'umgeklappt'. Ein *Gleichrichter* (bestehen aus einem kleinen Widerstand und einem Kondensator mit grosser Kapazität) kann diese Schwingungen glätten.

Nimmt man eine beheizte Kathode und eine Anode und schiebt ein Gitter dazwischen, beeinflusst eine Änderung der Spannung des Gitters den Anodenstrom merklich: Dies ist die sog. *Triode* und kann als *Verstärker* eingesetzt werden.

**4.12 Maxwellsche Gleichungen****4.12.1 Maxwellscher Verschiebungsstrom**

Neuformulierung Amperesches Gesetz:  $\oint_C \mathbf{B} \, dl = \mu_0 (I + I_v) = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}$

wobei  $I_v = \varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt}$  *Maxwellscher Verschiebungsstrom*

### 4.12.2 Maxwell'sche Gleichungen

$$\oint_S E_n dA = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{\text{innen}} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (4.1)$$

$$\oint_S B_n dA = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4.2)$$

$$\oint_C \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dA \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.3)$$

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S E_n dA \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4.4)$$

Gleichung (4.1) ist das Gauss'sche Gesetz. Es beschreibt den Verlauf der elektrischen Feldlinien aus positiven Ladungen in negative.

Gleichung (4.2) wird als Gauss'sches Gesetz des Magnetismus bezeichnet. Daraus folgt, dass es keine magnetischen Dipole gibt.

Gleichung (4.3) heisst auch Faradaysches Induktionsgesetz. Sie setzt das E-Feld mit der zeitlichen Änderung des B-Feldes in Verbindung.

Gleichung (4.4) ist das verallgemeinerte Ampere'sche Gesetz. Sie verbindet das B-Feld mit der zeitlichen Änderung des E-Feldes.

### 4.12.3 Wellengleichung für elektromagnetische Wellen

Durch Rotation der Gleichungen (4.3) bzw. (4.4) im Vakuum ( $\mu_0 \mathbf{j} = 0$ ) ergeben sich mit  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{a}) - \Delta \mathbf{a}$  folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} &= & \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} \\ \Delta \mathbf{B} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B} &= & \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B} \end{aligned}$$

Zusammenhang zwischen E- und B-Feld nach 3. Maxwell'scher Gleichung:  
 $E = cB$

### 4.12.4 Energie und Impuls einer em-Welle

Mit  $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$  folgt:

$$w = w_{el} + w_m = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0 c}$$

Die momentane Intensität  $I_{mom}$  wird definiert als Momentanleistung pro Flächeneinheit, also gleich Energiedichte mal Wellengeschwindigkeit; so wird der *Poynting-Vektor* definiert:

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0}$$



Für die Intensität gilt damit:  $I = \langle w \rangle c = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{E_{eff} B_{eff}}{\mu_0} = \langle |S| \rangle$

Impuls einer Welle  $p = \frac{W}{c}$

Damit Strahlungsdruck  $P_S = \frac{I}{c} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0 c} = \frac{E_{eff} B_{eff}}{\mu_0 c} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c^2} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$

# Kapitel 5

## Optik

### 5.1 Licht

Alter Streit um Teilchen-Welle Dualismus

#### 5.1.1 Lichtgeschwindigkeit

Verschiedene Methoden

- *Ole Römer* Periode des Iuppitermondes Io und Erdgeschwindigkeit.
- *Armand Fizeau* Licht aus Quelle wird an Spiegel reflektiert und muss sowohl auf Hin- als auch auf Rückweg die Zähne eines Zahnrades passieren.
- *Leon Foucault* verwendete die Fizeau-Methode mit einem Drehspiegel anstelle des Zahnrades.
- Nach Maxwells Theorie über elektromagnetische Wellen konnte man  $c$  auch rechnerisch bestimmen:  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ .

#### 5.1.2 Lichtausbreitung: Huygenssches Prinzip

Jeder Punkt einer bestehenden Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle, welche die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit und Frequenz hat. Einhüllende und Elementarwellen ergibt die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt.

#### 5.1.3 Reflexion

Reflexionsgesetz (mit  $\theta_l$  Einfallswinkel,  $\theta_r$  Reflexionswinkel):  $\theta_l = \theta_r$   
Brechzahl (mit  $c_m$  Lichtgeschwindigkeit im Medium):  $n = \frac{c}{c_m}$

### 5.1.4 Brechung

Brechungswinkel: Winkel zwischen Normale und Material, in das der Strahl eindringt.

Brechungsgesetz oder *Gesetz von Snellius*:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Kritische Winkel:  $\sin \theta_k = \frac{n_2}{n_1}$  Ist der Brechungswinkel  $\geq \theta_k$ , tritt *Totalreflexion* auf.

### 5.1.5 Fermatsches Prinzip

Der Weg, den das Licht von einem Punkt an den anderen beschreibt, ist stets so, dass die Zeit gegenüber kleinen Änderungen des Weges invariant ist.

Daraus lassen sich das Reflexions- und das Brechungsgesetz (mit Differenzieren) ableiten.

### 5.1.6 Polarisation

linear polarisiert: Auslenkung erfolgt nur in eine Richtung.

zirkular polarisiert: Auslenkung erfolgt kreisförmig in alle Richtungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Polarisation kann auf mehrere Arten erreicht werden:

- *durch Absorption*: Polarisationsfolie kann der Welle Schwingung einer Ausrichtung entziehen und in Strom umwandeln.
- *durch Streuung*: Atome streuen Licht verschiedener Polarisation in verschiedene Richtungen.
- *durch Beugung*: Abhängig vom Reflexionswinkel ist das Licht in verschiedenem Mass gebeugt: Für reflektierter Strahl rechtwinklig auf gebrochenen ist der Strahl vollständig polarisiert. Der dazu benötigte Winkel des einfallenden Strahls heisst Polarisationswinkel  $\theta_P$ :  $\tan \theta_P = \frac{n_2}{n_1}$  (Gesetz von Brewster)
- *durch Doppelbrechung*: In anisotropen ( $\rightarrow c$  verschieden je nach Richtung) Kristallen wird Licht von alleine in polarisierte Strahlen zerlegt.

## 5.2 Geometrische Optik

Für  $\lambda$  klein im Vergleich zu Hindernissen kann Optik mit geometrischen Gesetzmässigkeiten beschrieben werden. Dies ist das Gebiet der geometrischen Optik.

### 5.2.1 Ebene Spiegel

Reflexion an einem ebenen Spiegel führt zu einem *virtuellen Bild*: Vom scheinbaren Punkt  $P'$  (*Bildpunkt* im Spiegel) gehen keine Strahlen aus.

### 5.2.2 Sphärische Spiegel

Von einem Hohlspiegel (d.h. konkav) reflektierte Strahlen gehen durch einen Punkt  $P'$ : *reelles Bild*: Photographieren möglich.

*Sphärische Aberration*: Die Strahlen weit von der Achse werden nicht durch  $P'$  reflektiert.

*Bildweite*  $b$  ist die Distanz zwischen Bildpunkt  $P'$  und dem Scheitelpunkt des Spiegels, die *Gegenstandsweite*  $g$  die Strecke vom Gegenstandspunkt  $P$  zum Scheitelpunkt und die Brennweite  $f = \frac{1}{2}r$  der Punkt, wo achsennahe Strahlen fokussiert werden. Damit gilt:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Analog mit *Konvexspiegeln* (Wölbspiegeln), nur dass hier der Brennpunkt hinter dem Spiegel liegt.

Bildkonstruktion mit folgenden vier Hauptstrahlen:

- Achsenparallele Strahlen nach Reflexion durch Brennpunkt
- Brennpunktstrahl durch Brennpunkt wird nach Reflexion achsenparallel.
- Radialer Strahl durch Krümmungsmittelpunkt wird in sich selbst reflektiert.
- Zentraler Strahl auf Achse wird in sich reflektiert

*Lateralvergrößerung* oder *Abbildungsmaßstab*:  $V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$  (Vorzeichenkonvention beachten).

Beachte: Gegenstände hinter dem Brennpunkt  $f$  werden grösser, aufrecht und virtuell abgebildet (Beim Konvexspiegel immer so), im Gegensatz zu Gegenständen vor dem Brennpunkt, die kleiner, auf dem Kopf und reell abgebildet werden.

### 5.2.3 Durch Brechung erzeugte Bilder

Folgende Beziehungen gelten Analog vorigem Kapitel:

Beziehung für Brechung:  $\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$

Abbildungsmaßstab  $V = \frac{B}{G} = -\frac{n_1 b}{n_2 g}$

Für ebene Materialgrenze gilt Näherung  $r = \infty$  (z. B. scheinbare Wassertiefe)

### 5.2.4 Dünne Linsen

Brennweite einer dünnen Linse:  $\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

Abbildungs- oder Linsengleichung:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

Bikonvexe oder Sammellinsen heissen Linsen, die parallele Strahlen in einen Brennpunkt jenseits der Linse fokussieren, bikonkave diesseits.

Bikonvexe Spiegel besitzen zwei Brennpunkte: Der Brennpunkt diesseits der Linse heisst erster Brennpunkt, derjenige jenseits heisst zweiter Brennpunkt (jeweils bezogen auf achsenparallel eintreffende Strahlen).

Bildkonstruktion für konvexe Spiegel mit folgenden drei Hauptstrahlen:

- Achsenparallele Strahlen passieren den zweiten Brennpunkt
- Der zentrale Strahl entlang Achse wird nicht abgelenkt.
- Der Brennpunktstrahl durch den ersten Brennpunkt verlässt die Linse achsenparallel

Umgekehrt analog für konkave Linsen.

Für zwei dicht beieinanderstehende Linsen gilt  $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$

mit  $g$  Gegenstandsweite (zur ersten Linse),  $b$  Bildweite,  $f$  Brennweite

Brechkraft  $D = \frac{1}{f}$   $[D] = 1dpt = 1m^{-1} = 1Dioptrie$

Für *dicke Linsen* kann die Näherung, dass man bloss mit einer Brechungsebene arbeitet, nicht verwendet werden: Es müssen zwei Hauptebenen verwendet werden, deren Lage kompliziert berechnet werden kann.

Mehrere Linsen hintereinander können nacheinander berechnet werden, wobei immer das Bild der letzten verwendet wird.

### 5.2.5 Abbildungsfehler

*sphärische Aberration:* Wurde bereits erwähnt: Bei Linsen lässt sich der Fehler nicht ganz auslöschen, für Konvexspiegel kann jedoch parabolische Form verwendet werden.

*chromatische Aberration:* Aufgrund der *Dispersion* beruht der Brechungsindex eines Materials auf der Wellenlänge des Lichts: Für verschiedene Wellenlängen variiert also auch der Brennpunkt.

*Astigmatismus schiefer Bündel:* Für gegenüber der Achse geneigte Strahlen wird der Brennpunkt entfernt, sodass die Brennebene eine gekrümmte Fläche wird. Als Folge wird das Bild an der Rändern unscharf.

## 5.3 Optische Instrumente

### 5.3.1 Lupe

Vergrosserung  $v_L = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{s_0}{f}$  wobei  $\varepsilon_0$  den Sehwinkel ohne und  $\varepsilon$  den Sehwinkel mit Lupe,  $s_0$  den Nahpunktastand und  $f$  die Brennweite bezeichnen.

### 5.3.2 Kamera

Blendenzahl  $\frac{f}{d}$  mit  $d$  nutzbarer Durchmesser

### 5.3.3 Mikroskop

Vergrosserung  $v_M = V_{Ob}v_{Ok} = -\frac{ts_0}{f_{Ob}f_{Ok}}$   
 Das Mikroskop besteht aus zwei Linsen: Objektiv und Okular. Das Objektiv wirft ein Bild in den Brennpunkt des Okulars. Die Vergrosserung ist das Produkt aus Abbildungsastab des Objektivs  $V_{Ob}$  und Winkelvergrosserung des Okulars  $v_{Ok}$ .

### 5.3.4 Teleskop

Vergrosserung  $v_T = -\frac{f_{Ob}}{f_{Ok}}$  mit  $f$  Brennweite von Objektiv (Ob) bzw. Okular (Ok)

## 5.4 Interferenz und Beugung

### 5.4.1 Phasendifferenz und Kohärenz

*Gangunterschied*  $\Delta r$  führt zu Phasendifferenz  $\delta = \frac{\Delta r}{\lambda} 2\pi$   
 Zwei Wellen sind *kohärent*, wenn ihre Phasendifferenz konstant ist.

### 5.4.2 Interferenz an dünnen Schichten

Interferenzbedingungen (mit  $m \in \mathbb{N}$ ):

$$\begin{array}{ll} 2nd = m\lambda & \text{destruktiv} \\ 2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda & \text{konstruktiv} \end{array}$$

### 5.4.3 Doppelspaltexperiment

Zum Nachweis der Wellennatur des Lichtes mittels Interferenz.

Mit  $d$  Abstand zwischen den Spalten:

Interferenzbedingung für Maxima ( $m \in \mathbb{N}$ ) und Minima ( $m \in (\mathbb{N} + \frac{1}{2})$ )

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Wellenfunktion:  $E = 2A_0 \cos \frac{\delta}{2} \sin \left( \omega t + \frac{\delta}{2} \right)$   
 Intensität  $I = A^2 = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2} \delta$

#### 5.4.4 Interferenzmuster mehrerer äquidistanter Quellen

Ähnliches Verhalten wie Doppelspalt: Gleiche Position der Hauptmaxima. Allerdings entstehen Nebenmaxima, und durch die Addition sind die Grenzen schärfer.

#### 5.4.5 Beugungsmuster am Einzelspalt

Interferenzminima:  $a \sin \theta = m\lambda$

Intensität: Betrachte Spalt in  $N$  kleinen Abschnitte unterteilt (wobei  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$  Phasendifferenz der ersten und letzten Teilwelle)

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \frac{1}{2} \phi}{\frac{1}{2} \phi} \right)^2$$

#### 5.4.6 Interferenz- und Beugungsverteilung beim Doppelspalt

Kombination des Einzelspalt-Beugungsmusters und des Doppelspalt-Interferenzmusters  
 Damit Intensitätsverteilung

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \frac{1}{2} \phi}{\frac{1}{2} \phi} \right)^2 \cos^2 \frac{1}{2} \delta$$

#### 5.4.7 Beugung und Auflösung

Rayleighsches Kriterium der Auflösung:  $\alpha_k = 1.22 \frac{\lambda}{d}$

Bis zum Sichtwinkel  $\alpha_k$  können zwei Gegenstände noch unterschieden werden.

#### 5.4.8 Beugungsgitter

Interferenzmaxima:  $g \sin \theta = m\lambda$

Auflösungsvermögen:  $A = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = mN$

wobei  $g$  Gitterkonstante;  $m$  Ordnung;  $N$  Anz. beleuchteter Spalten

# Kapitel 6

## Moderne Physik

### 6.1 Relativitätstheorie

#### 6.1.1 Newtonsches Relativitätsprinzip

- Raum und Zeit sind absolut
- Alle relativ zu einem Inertialsystem gleichförmig bewegten Bezugssysteme sind ebenfalls Inertialsysteme und zwar gleichwertige.

#### 6.1.2 Michelson-Morley

Aufgrund der Ätherhypothese müsste eine Interferenz zwischen den zwei Armen des Michelson-Interferometers messbar sein, und man müsste für die Drehung Interferenzstreifen vorbeiziehen sehen; nichts von alledem findet jedoch statt.

#### 6.1.3 Einsteinsche Postulate

1. Es gibt kein physikalisch bevorzugtes Inertialsystem
2. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in jedem beliebigen Bezugssystem unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle

#### 6.1.4 Lorentz-Transformation

Zwei Koordinatensysteme (S mit  $(x, y, z, t)$  sowie S' mit  $(x', y', z', t')$  ) werden transformiert, wobei lediglich in x- bzw. x'-Richtung eine Bewegung stattfindet:

*Galilei-Transformation:*

$$\begin{array}{cccc} x = x' + vt' & y = y' & z = z' & t = t' \\ x' = x - vt & y' = y & z' = z & t' = t \end{array}$$



Lorentz-Transformation:

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + vt') & y &= y' & z &= z' & t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \\x' &= \gamma(x - vt) & y' &= y & z' &= z & t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)\end{aligned}$$

mit der Transformationskonstante  $\gamma$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Die Zeit, die zwischen zwei Ereignissen am selben Ort verstreicht, heisst *Eigenzeit*  $\Delta t_E$ ; in einem dazu bewegten Bezugssystem verstreicht die durch *Zeitdilatation* bedingte  $\Delta t = \gamma \Delta t_E$

Die Ruhelänge  $L_R$  eines Objektes in seinem Ruhesystem ist ein andere als die Länge  $L$  in einem bewegten Bezugssystem, dies wegen der *Längenkontraktion*:  $L = \frac{1}{\gamma} L_R = \sqrt{1 - v^2/c^2} L_R$

Zwei in ihrem Ruhesystem synchronisierte Uhren sind in keinem anderen synchron: In einem Bezugssystem, in dem sich die Uhren bewegen, geht die führende um einen Betrag  $\Delta t = l_R \frac{v}{c^2}$  voraus (mit  $l_R$  Ruheabstand)

### 6.1.5 Doppler-Effekt

$$\nu' = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \nu_0$$

### 6.1.6 Zwillingsparadoxon

Der eine Zwilling wird beschleunigt (am Umkehrpunkt). Dies bricht die Symmetrie und führt dazu, dass der beschleunigte Zwilling nach der Reise der jüngere ist.

### 6.1.7 Geschwindigkeitstransformation

Transformation vom System S ins System S' und inverse:

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} & u_y &= \frac{u'_y}{\gamma(1 + vu'_x/c^2)} & u_z &= \frac{u'_z}{\gamma(1 + vu'_x/c^2)} \\u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2} & u'_y &= \frac{u_y}{\gamma(1 + vu_x/c^2)} & u'_z &= \frac{u_z}{\gamma(1 + vu_x/c^2)}\end{aligned}$$

### 6.1.8 Relativistischer Impuls

Relativistischer Impuls

$$\mathbf{p} = m_r \mathbf{u} = \frac{m \mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

mit relativistischer Ruhemasse  $m_r = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$

### 6.1.9 Relativistische Energie und Masse-Energie-Äquivalenz

Für die kinetische Energie gilt:

$$E_{kin} = \int_0^u \sum F ds = \int_0^u \frac{dp}{ds} ds = \int_0^u u dp = \int_0^u u d \left( \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right) =$$

$$\int_0^u m_0 \left( 1 - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-3/2} u du = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - 1 \right)$$

Damit gilt:

$$E_{tot,rel} = E_{kin} + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = m_r c^2$$

Interpretation: Mit diesem Zusammenhang sind Energie und Masse verschiedene Aspekte ein und derselben Sache: *Energie-Masse-Äquivalenz*  
relativistische Gesamtenergie:  $E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2$

### 6.1.10 Allgemeine Relativitätstheorie

Grundlage bildet das *Äquivalenzrelation*: Ein homogenes Gravitationsfeld ist zu einem beschleunigten Bezugssystem völlig äquivalent. Daraus lässt sich dann auch die Ablenkung des Lichtes in einem Gravitationsfeld ableiten.

## 6.2 Ursprünge der Quantentheorie

### 6.2.1 Schwarzkörperstrahlung und Plancksches Wirkungsquantum

Ein Körper strahlt Strahlung ab. Das Intensitätsmaximum gemäss klassischer Thermodynamik beschreibt das *Rayleigh-Jeans-Gesetz*:  $P(\lambda, T) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$ . Es stimmt jedoch nur für grosse  $\lambda$ . Genauer beschreiben kann man diese Schwarzkörperstrahlung mit der *Quantisierung der Strahlungsenergie* beschreiben:  $E = h\nu$

### 6.2.2 Der photoelektrische Effekt

Wird ein Metall mit Licht bestrahlt, so emittiert es Elektronen bestimmter Energie, die nicht von der Wellenlänge des Lichtes abhängt. Mit einer Diode, die eine der Bewegungsrichtung der Elektronen entgegengesetzt ist, lässt sich die maximale Spannung, die sog. *Bremsspannung*  $U_0$  bestimmen, die beschrieben wird durch die *photoelektrische Gleichung*:

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{max} = eU_0$$

### 6.2.3 Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen waren die ersten elektromagnetischen Wellen (ausser Licht), die untersucht wurden.

### 6.2.4 Compton-Streuung

Bei Untersuchung der Wellenlänge  $\lambda$  eines Photons vor und nach dem Stoss mit einem Elektron ergibt sich:

$$\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

Der Vorfaktor hängt nur von der Elektronenmasse  $m_e$  ab und heisst *Compton-Wellenlänge des Elektrons*  $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = 2.43 \cdot 10^{-12} m$

### 6.2.5 Bohrsches Atommodell

Das für jedes Element charakteristische *Termspektrum* konnte klassisch nicht erklärt werden; eine empirische Voraussage für die auftretenden Wellenlängen machte die Rydberg-Ritz-Formel:  $\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$   $n_1 > n_2$

Mit der Rydberg-Konstanten  $R_\infty = 10.97373 \mu m^{-1}$

Später schlug Bohr ein Modell vor, das folgende drei Postulate beinhaltet:

1. In Atomen bewegen sich Elektronen nach den klassischen Gesetzen auf diskreten Bahnen mit der Energie  $E_n$  um die Kerne
2. Diese Bewegung erfolgt strahlungsfrei; beim Übergang von einem Zustand  $E_1$  in  $E_2$  wird ein Photon der Frequenz  $\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}$  emittiert bzw. absorbiert.
3. Der Drehimpuls kann in einem stationären Zustand nur die diskreten Werte  $mvr = \frac{n\hbar}{2\pi} = n\hbar$   $n \in \mathbb{N}$  annehmen.

Damit ist der *Bohrsche Radius des Wasserstoffatoms*:

$$a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \approx 0.0529 \text{ nm}$$

sowie die möglichen Energieniveaus

$$E_n = -\frac{e^4 m}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2} = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

### 6.2.6 Welleneigenschaften des Elektrons und Quantenmechanik

De Broglie schlug vor, dass die Beziehung zwischen Impuls und Frequenz für alle Materie gelte. Damit ergibt sich:

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

So lässt sich die Quantisierung als Bedingung für eine stehende Welle interpretieren. (So ist das Elektron in einem Atom genau eine Oberschwingung einer Grundfrequenz, womit seine Energie gequantelt ist.)

## 6.3 Quantenmechanik

### 6.3.1 Wellenfunktionen von Teilchen

Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist gleich dem Betragsquadrat der normierten Wellenfunktion:

$$P(x) = |\Psi_{Norm}|^2 \quad \text{mit } \Psi_{Norm} = N\Psi = \frac{1}{\sqrt{\int_V |\Psi|^2 dV}} \Psi$$

### 6.3.2 Wellenpakete

Eine einzelne Welle ist räumlich und zeitlich unendlich ausgedehnt; damit lässt sich ein Teilchen nicht lokalisieren. Man muss ein Paket von harmonischen Wellen mit einer kontinuierlichen Verteilung bilden. Die einhüllende pflanzt sich mit der sog. *Gruppengeschwindigkeit*  $v_G = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ , beschrieben durch den physikalisch bedeutenden reellen Anteil, im Gegensatz zu komplexen Anteil, der die *Phasengeschwindigkeit*  $v_P = \frac{\omega}{k}$  beschreibt.

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte ist proportional zum Betragsquadrat der Wellenfunktion und damit der Einhüllenden.  $\Rightarrow$  Der Abstand zwischen zwei Orten, an denen die Einhüllende den Wert null annimmt, ist das Maß für die räumliche Ausdehnung des Teilchens.

Mit der De Broglie-Beziehung gilt:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi/k} = \hbar k \quad E = h\nu = h \frac{\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

Damit lässt sich die Gruppen- und Phasengeschwindigkeit bestimmen:

$$v_G = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk} \left( \frac{\hbar k^2}{2m} \right) = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m} = v \quad v_P = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}$$

### 6.3.3 Unschärferelation

Ist die Amplitude  $A(k)$  eine gauss-verteilt, dann ist es auch die Einhüllende der Wellenfunktion  $\Psi(x, t)$ . Somit ist die Normalverteilung am kleinsten und beträgt  $\sigma_k \sigma_x = \frac{1}{2}$ . Mit  $\sigma_k = \frac{\sigma_p}{\hbar}$  folgt die *Heisenbergsche Unschärferelation*:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2} \hbar$$

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{1}{2} \hbar$$

Damit folgt auch, dass jedes in  $V$  eingeschlossene Teilchen eine minimale kinetische Energie besitzen muss:  $\Delta p \geq \frac{\hbar}{2V}$

### 6.3.4 Schrödinger-Gleichung

*Zeitabhängige Schrödinger-Gleichung:*

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t}$$

Ist das Potential  $V$  zeitunabhängig, lässt sich die Schrödinger-Gleichung mit einem Separationsansatz zur *zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung* (wobei  $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t}$ ) vereinfachen:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

Die Normierungsbedingung lautet:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

### 6.3.5 Teilchen im Kastenpotential

Für die Berechnung der Wellenfunktion eines Teilchens im Kastenpotential mit unendlich hohen Wänden geht man von den Randbedingungen  $\psi(x=0) = \psi(x=l) = 0$  (wegen Stetigkeit) aus; damit ergibt sich folgende erlaubte Energiewerte:  $E_n = n^2 E_1 = n^2 \frac{\hbar^2}{8ml^2}$ . Mit der Normierungsbedingung findet man die explizite *Wellenfunktion eines Teilchens im Kastenpotential*:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$$

mit der *Quantenzahl*  $n$ , die Wellenfunktion und Energie charakterisiert.

Offenbar gilt das *Bohrsche Korrespondenzprinzip*:

Im Grenzfall grosser Quantenzahlen ergeben quantenmechanische und klassische Rechnungen dasselbe Resultat.

### 6.3.6 Teilchen im Potentialtopf mit endlich hohen Wänden

Hier ist das Potential  $V$  folgendermassen verteilt:  $V(x \leq 0) = V(x \geq l) = V_0$  und  $V(0 < x < l) = 0$ ; wir betrachten  $E < V_0$ . Aus den Stetigkeitsbedingungen für  $\psi(x)$  und  $d\psi(x)/dx$  und der Differentialgleichung ausserhalb des Topfes lässt sich herleiten, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht null ist.

### 6.3.7 Erwartungswerte

Der Erwartungswert von  $x$  wird mit  $\langle x \rangle$  bezeichnet. Für  $N$  identische Teilchen sind der allgemeine Erwartungswert und derjenige für den stationären Fall:

$$\langle x \rangle = \int f(x) |\Psi(x, t)|^2 dx \text{ bzw. } \langle x \rangle = \int f(x) |\Psi(x)|^2 dx$$

### 6.3.8 Quantenmechanischer harmonischer Oszillator

Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung für den harmonischen Oszillator lautet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \psi(x) = E\psi(x)$$

Damit findet man die erlaubten, diskreten Energiewerte:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_0 \quad n \in \{\mathbb{N} \cup 0\}$$

### 6.3.9 Reflexion und Transmission an einem Potentialwall

$$\begin{array}{ll} \text{Reflexionskoeffizient} & R = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2} \\ \text{Transmissionkoeffizient} & T = 1 - R \end{array}$$

Transkoeff. einer Barriere  $T \propto e^{-2\alpha a}$  mit  $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$

Eine Welle kann also eine Potentialbarriere durchdringen: Tunneleffekt

### 6.3.10 Schrödinger-Gleichung in drei Dimensionen

In kartesischen Koordinaten:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V\psi = E\psi$$

Daraus folgt für die Energie:  $E = \frac{c^2}{2m}(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2)$  mit den Zuständen:

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left( \frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2} + \frac{n_3^2}{l_3^2} \right)$$

### 6.3.11 Schrödinger-Gleichung für zwei identische Teilchen

Die Schrödinger-Gleichung ist für zwei oder mehr Teilchen nicht mehr exakt lösbar.

Da man per Voraussetzung nicht in der Lage ist, die zwei Teilchen zu unterscheiden, muss gelten:  $\psi^2(x_1, x_2) = \psi^2(x_2, x_1)$ ; dies ist nur für Symmetrie oder Antisymmetrie erfüllt, wann gilt:

$$\begin{aligned} \psi(x_1, x_2) &= \psi(x_2, x_1) && \text{symmetrisch} \\ \psi(x_1, x_2) &= -\psi(x_2, x_1) && \text{antisymmetrisch} \end{aligned}$$

Um die totale Wellenfunktion zu erhalten, müssen die Wellenfunktionen der einzelnen Wellen addiert (für symmetrische Teilchen) bzw. subtrahiert (für antisymmetrische) werden. Deshalb besteht ein wichtiger Unterschied zwischen den symmetrischen - Bosonen genannt - und antisymmetrischen - Fermionen - Teilchen: Für antisymmetrische Teilchen ist die Wellenfunktion jedoch gleich null, wenn die Quantenzahlen gleich sind.

So lautet das *Pauli-Prinzip* für Fermionen:

Zwei Fermionen können nicht gleichzeitig einen Zustand mit denselben Quantenzahlen besetzen.

## 6.4 Atome

### 6.4.1 Wasserstoffatom

Die Quantenzahlen des Wasserstoffatoms:

- *Hauptquantenzahl*  $n = 1, 2, 3, \dots$ : Hängt mit dem Radialabstand zusammen
- *Bahndrehimpulsquantenzahl*  $l = 1, 2, \dots, (n - 1)$ : Bestimmt den Bahndrehimpuls  $L$  des Elektrons:  $L = \sqrt{l(l + 1)}\hbar$
- *magnetische Quantenzahl*  $m = -l, \dots, +l$ : Gibt Richtung des Drehimpulses an; für B-Feld in z-Richtung gilt:  $L_z = m\hbar$

Energieniveaus von Wasserstoff (und anderer Ein-Elektronen-Atome):

$$E_n = -\frac{Z^2 E_0}{n^2} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}$$

### 6.4.2 Wellenfunktion des Wasserstoffatoms

Die Wellenfunktion des Wasserstoffatoms wird folgendermassen bezeichnet:  
 $\psi_{nlm}$

Für den Grundzustand  $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$  lautet also die radiale Wahrscheinlichkeitsdichte (berechnet mit Integration über Polarkoordinaten):

$$P(r) = 4\pi r^2 |\psi|$$

### 6.4.3 Magnetsiche Momente, Elektronenspin

Die *Feinstruktur* kann nur mit der Einführung einer weiteren Quantengrösse erklärt werden, dem sog. *Spin* oder Eigendrehimpuls  $m_s$

### 6.4.4 Stern-Gerlach Experiment

Mit dem Stern-Gerlach Experiment lässt sich der Elektronenspin nachweisen

### 6.4.5 Addition der Drehimpulse und Spin-Bahn-Kopplung

Der Gesamtdrehimpuls  $\mathbf{J}$  ist die Vektorsumme von Bahndrehimpuls  $L$  und Spin  $S$ :  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$

$\mathbf{J}$  bleibt bei Zentralkräften erhalten.

Sind  $J_1$  und  $J_2$  Drehimpulse (jeglicher Art), so hat der resultierende Drehimpuls  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$  den Betrag  $[J(J+1)]^{1/2} \hbar$  und  $\mathbf{J}$  kann folgende Werte annehmen:  $J = J_1 + J_2, J_1 + J_2 - 1, \dots, |J_1 - J_2|$

In einem Magnetfeld kann das magnetische oder elektrische Moment  $2J + 1$  Einstellungen annehmen, je nach Konfiguration seines Drehimpulses: *Zeeman-Effekt*. Für den normalen Zeeman-Effekt ist der Spin  $S = 0$ .

### 6.4.6 Periodensystem

Für Elektronen gilt bei der Besetzung der Zustände im Atom das Pauli-Prinzip: Zwei Elektronen im Atom können nicht denselben Quantenzustand  $(n, l, m, m_s)$  der vier Quantenzahlen annehmen.

Die möglichen Werte für die Quantenzahlen sind:

$$\begin{aligned} n &\in \mathbb{N} \\ l &\in \mathbb{Z} \quad l = 0, \dots, (n-1) \\ m &\in \mathbb{Z} \quad m = -l, \dots, +l \\ m_s & \quad m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

So lässt sich das Periodensystem aufbauen:

**Helium:** Es gilt  $Z = 2 \rightarrow$  Zwei Elektronen in L-Schale  $n = 1, l = m = 0,$   
 $m_s = \pm \frac{1}{2}$  Ionisierungsenergie  $E_{ion} = 24.6 \text{ eV}$



**Lithium:**  $Z = 3 \rightarrow$  Für drittes Elektron (in K-Schale)  $n = 2; l = m = 0$   
 $m_s = 1\frac{1}{2}$  oder  $m_s = -\frac{1}{2} \rightarrow$  Drittes Elektron weiter weg.  $E_{ion} = 5.39 \text{ eV}$

**Beryllium:**  $Z = 4 \rightarrow$  Zwei Elektronen in K-Schale  $n = 2, l = m = 0,$   
 $m_s = \pm\frac{1}{2}$

**Bor bis Neon:**  $Z = 5, \dots, 10 \rightarrow$  Bis zu sechs zusätzliche Elektronen in  
 K-Schale Werte:  $n = 2, l = 1, m = -1, 0, 1, m_s$  entweder nur ein  
 oder zwei Werte.

**Natrium bis Argon:**  $Z = 5, \dots, 18 \rightarrow$  Mit M-Schale,  $n = 3$

### 6.4.7 Laser

Eine wichtige Anwendung der Übergänge im Atom ist der Laser: Viele Atome werden in einen angeregten Zustand versetzt, den sie durch die sog. *stimulierte Emission* verlassen, d.h. bloss wenn ein Photon bestimmter Energie auf sie auftrifft. Nun wird ein Resonator so gefertigt, dass er auf der einen Seite total und auf der anderen Seite ziemlich stark (ca. 90%) reflektiert. So entsteht im Resonator eine stehende Welle mit genau der Energie, welche die angeregten Atome zu stimulierter Emission veranlasst. Folge: Der Strahl verstärkt sich.

## 6.5 Moleküle

### 6.5.1 Chemische Bindung

#### Ionische Bindung

Ein Atom hat in der Valenzschale so viele Elektronen 'zu viel', wie das andere zu wenig hat. Mit einem relativ geringen Energieaufwand kann das überzählige Elektron umverteilt werden: Für diese Energie kann die Coulombsche Wechselwirkungsenergie zwischen den beiden Atomen, wenn diese dicht genug beieinander sind (Beispiel *NaCl*: Das Valenzelektron von *Na* kann mit  $5.14 \text{ eV}$  ionisiert werden, und die Energie, die bei Aufnahme eines Elektrons durch *Cl* frei wird (sog. Elektronenaffinität), beträgt  $3.61 \text{ eV}$ . Die zuzuführende Energie beträgt also  $5.14 \text{ eV} - 3.61 \text{ eV} = 1.53 \text{ eV}$ . Die Atome kommen sich dann bis auf den Radius  $r_0$  nahe, wobei dann meist noch etwas Energie frei wird.)

#### Kovalente Bindung

Bindung, indem die Verteilung der Elektronen zwischen den Kernen für eine negative Ladungsdichte sorgt. Damit entsprechend die gesamte Wellenfunktion zweier Elektronen antisymmetrisch bezüglich des Austausches der

Elektronen ist, muss ihr räumlicher Anteil antisymmetrisch sein, wenn die Spins parallel sind ( $S = 1$ ); entsprechend der räumliche Anteil symmetrisch für antiparallele Elektronenspins ( $S = 0$ ).

Bindungen zweier gleicher Atome sind immer kovalent, allerdings kommt für ionische Bindung meist noch ein geringer Anteil kovalenter dazu.

### Van-der-Waals-Bindung

Aufgrund permanenter (oder auch induzierter) Dipole in den Molekülen können auch sehr schwache Bindungskräfte auftreten, die bei sehr tiefen Temperaturen zu Kondensation führen können.

### Wasserstoffbrückenbindung

Bindung mit einem Proton zwischen zwei anderen Atomen (z.B. Wasser)

### Metallische Bindung

Da die Elektronen nicht mehr an ein oder zwei Atome gebunden sind, bildet sich ein negatives Elektronengas zwischen den positiven Atomkernen.

## 6.5.2 Mehratomige Moleküle

Die räumliche Struktur lässt sich anhand des Winkelanteils der Wellenfunktion der beteiligten Elektronen erklären.

## 6.5.3 Energieniveaus und Spektren mehratomiger Moleküle

Bei Absorption aufgenommene Energie kann in drei Formen vorliegen: elektronische Anregung, Schwingung oder Rotation des Atoms.

**Rotation:** Aus der Lösung der Schrödinger-Gleichung folgt die Quantisierung des Drehimpulses  $L^2 = J(J + 1)\hbar^2$  und damit:

$$E_{rot} = \frac{J(J + 1)\hbar^2}{2I} := J(J + 1)B \quad \text{mit } J = 0, 1, 2, \dots$$

**Schwingung:** Mit der Schwingungsquantenzahl  $v$  sind die Schwingungsenergieniveaus

$$E_{vib} = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\nu \quad \text{mit } v = 0, 1, 2, \dots \text{ und } \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

## 6.6 Festkörper

### 6.6.1 Struktur

Grundsätzlich zwei Arten: amorph (mit schneller Kühlung) und Kristall (geordnetes Gitter).

Metalle sind in dichtester Form gepackte Gitter aus einer Atomsorte.

Ionenkristalle enthalten zwei unterschiedliche Atome. Gitterenergie:

$$V(r_0) = \sum V_{ij} r_0 = NV_{ij} \quad \text{mit } V_{ij} = -\alpha \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

wobei  $\alpha$  die *Madelung-Konstante* (materialabhängig) ist.

### 6.6.2 Fermi-Elektronengas

In Elektronengasmodell werden noch die quantenmechanischen Einschränkungen (Pauli-Prinzip, Unschärfe) miteinbezogen.

Fermi-Energie bei  $T = 0K$ :  $E_F = \frac{\hbar^2}{8m_e} \left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}$

Die mittlere Energie der Elektronen für  $T = 0K$  beträgt dann  $\langle E \rangle = \frac{3}{5}E_F$

Die Fermi-Energie  $E_F$  bei Temperatur  $T$  ist die Energie, bei der die Wahrscheinlichkeit, dass der betreffende Zustand besetzt ist,  $\frac{1}{2}$  beträgt, bzw. die Fermi-Dirac Verteilung  $F(T)$  (die vollständige, quantenmechanische Verteilungsfunktion der Zustände einer gegebenen Temperatur  $T$ ) den Wert  $\frac{1}{2}$  hat. Fermi-Faktor

$$F(T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

Berühren sich zwei Metalle mit verschiedenen Fermi-Energien, so fließt ein Strom, um diesen Unterschied auszugleichen; im Gleichgewichtszustand ergibt sich dann eine Potentialdifferenz, die sog. Kontaktspannung  $U_{kont}$ :  $U_{kont} = \frac{W_{A1} - W_{A2}}{e}$

### 6.6.3 Quantentheorie der elektrischen Spannung

Auch hier wird die Maxwell-Boltzmann- durch die Fermi-Dirac-Verteilung ersetzt und zusätzlich die Welleneigenschaft der Elektronen (Streuung bei Stoss) berücksichtigt.

### 6.6.4 Bändermodell der Festkörper

Elektrische Leitung ist möglich, wenn in einem Atom das sog. Leitungsband (erlaubter Zustand mit der geringsten Energie) energetisch nur geringfügig oberhalb (oder teilweise gar überlappend) des Valenzbandes ist. Isolation hingegen kommt vor, wenn eine grosse verbotene Zone dazwischen liegt; ist die verbotene Zone klein, so handelt es sich um einen Halbleiter.

### 6.6.5 Dotierte Halbleiter

Dotieren ist das Versetzen eines Materials mit einem anderen, sodass die Lücke zwischen Valenz- und Leitungsband möglichst gering wird. Es gibt zwei Arten:

Von einem *n-Halbleiter* spricht man, wenn das dotierte Material ein schwach gebundenes Valenzelektron mehr hat (als das Grundmaterial). Diesen zusätzlichen Zustand nennt man *Donator* oder *Donor-Niveau*.

Der *p-Halbleiter* ist hingegen mit einem Material versetzt, das ein Valenzelektron weniger hat. Dann überbrückt das sog. *Akzeptor-Niveau* die Lücke.

### 6.6.6 Halbleiterübergangsschichten und Anwendung

Die Halbleiter können je nach Stärke der Dotierung verschiedene Eigenschaften aufweisen, die sie für vielerlei Anwendung interessant machen.

Speziell erwähnt sei der Transistor; dieser besteht aus drei Halbleiterschichten: Emitter, Basis und Kollektor, wobei die Basis dünn und zwischen zwei Halbleiterelementen des anderen Typs gelegt ist. Der Transistor entspricht so einer Triode: Kleine Änderung des Basisstroms bewirkt eine grosse Änderung des Kollektorstroms

### 6.6.7 Supraleitung

In Supraleitern fällt der Widerstand unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  auf null.

Meissner-Ochsenfeld-Effekt: In einem Supraleiter wird das B-Feld herausgedrückt. Der magnetische Fluss durch einen supraleitenden Ring hingegen ist quantisiert:  $\phi_m = n \frac{h}{2e}$

Zwar existiert keine umfassende Theorie zu den Supraleitern, jedoch beschreibt die BCS-Theorie die Supraleitung mit sog. Cooper-Paaren (zwei Elektronen bilden eine anziehende Wechselwirkung).

Josephson-Kontakt: Werden zwei Supraleiter durch eine dünne Schicht getrennt, fließt ohne Vorspannung ein Strom durch den Kontakt. Legt man eine Gleichspannung an, so fließt ein Wechselstrom mit der Frequenz  $\nu = \frac{2eU}{h}$

## 6.7 Kernphysik

### 6.7.1 Eigenschaften der Kerne

Kerne oder Nuklide bestehen aus *Nukleonen*, also *Protonen* (ihre Anzahl heisst *Ladungszahl*  $Z$ ) und *Neutronen* (daraus *Massezahl*  $A$  als Summe der Anzahl Neutronen  $N$  und Protonen), die durch die *hadronische* Kraft oder starke Kernkraft zusammengehalten werden.

Grösse:  $R = R_0 A^{1/3}$  mit  $R_0 \simeq 1.5 \text{ fm}$

Bindungsenergie  $E_B = (Zm_H + Nm_n - M_A)c^2$

mit  $m_H$  Masse H-Atom;  $m_n$  Masse Neutron

Kernspin  $I$  ist die Summe der einzelnen Nukleonen (mit je Spin  $\frac{1}{2}$ ) und ihren Bahndrehimpulsen: Der Kernspin ist also *nicht* ein reiner Spin, sondern beinhaltet auch noch den Bahndrehimpuls.

### 6.7.2 Kernspinresonanz

Für H-Kerne zwei Spinzustände möglich: parallel und antiparallel zum B-Feld; durch Absorption eines Photons durch den Kern kann letzterer in höheres Niveau übergehen: Dieser Vorgang heisst Kernspinresonanz.

### 6.7.3 Radioaktivität

Instabile Kerne zerfallen unter Strahlungsemission (es gibt  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung, wobei Strahlung sowohl Teilchen [wie Elektronen, Neutronen oder  $\alpha$ -Teilchen] als auch elektromagnetische Strahlung umfasst).

Zerfallsrate:

$$R = \frac{dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = R_0 e^{-\lambda t}$$

mit Zerfallskonstante  $\lambda$

mittlere Lebensdauer  $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Halbwertszeit  $t_{1/2}$ :  $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0.693 \tau$

Einheit für Zerfall:  $1 \frac{\text{Zerfall}}{\text{s}} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ Becquerel} = 2.7 \cdot 10^{-11} \text{ Ci} = \text{Curie}$

**$\beta$ -Zerfall:** Es gibt  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Zerfall (mit  $e^-$  bzw.  $e^+$ , also Elektron oder Positron, emittiert. Beim  $\beta^-$ -Zerfall geht ein Kern mit der Massezahl  $A$  und Ladungszahl  $Z$  unter Emission eines Elektrons (und wegen Masse-/Impulserhaltung eines Neutrinos) in einen Kern mit  $A$  und  $Z' = Z + 1$  über.

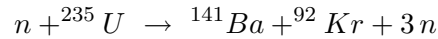
**$\gamma$ -Zerfall:** Der Kern geht unter Emission eines Photons in einen Zustand geringerer Energie über. Energiedifferenz  $\approx 1 \text{ MeV} \Rightarrow \lambda \approx 1.24 \text{ pm}$

**$\alpha$ -Zerfall:** Ein Kern zerfällt unter Emission eines  $\alpha$ -Teilchens in einen Tochterkern. Das  $\alpha$ -Teilchen ist ein Helium, also sind Ladungszahl des Tochterkerns um 2, und Massezahl um 4 kleiner als die des Mutterkerns.

### 6.7.4 Kernspaltung, Kernfusion, Kernreaktion

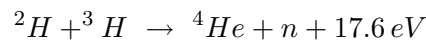
Bei schweren Kernen ( $Z > 92$ ) tritt spontane *Kernspaltung* auf. Meist jedoch wird ein Teilchen, z.B. ein Neutron, vom Kern aufgenommen, der dann in einem angeregten Zustand kommt. Ist die durch den Einfang des Teilchens aufgenommene Bindungsenergie grösser als die (für den Zerfall benötigte)

*Schwellenenregie*  $E_k$ , so zerfällt der Kern wieder (mindestens in einem statistischen Anteil der gesamten Anzahl Prozesse). Eine typische Reaktion ist



Die zusätzlich ausgestrahlten 3 Neutronen können nun eine Kettenreaktion in Gang setzen. Einerseits kann die Reaktion drastisch ansteigen, wenn durchschnittlich deutlich mehr als ein Neutron wieder eine Spaltung in Gang setzt (wie in Kernwaffen), oder sich etwa erhalten, wenn etwa 1 dieser Neutronen wieder eine Reaktion startet (wie im Kernreaktor).

Bei der Kernfusion verschmelzen zwei Kerne, so z.B.



. Die Schwierigkeit besteht darin, den Fusionsprozess zu starten, denn normalerweise findet einfach Streuung statt. Mit hohen Temperaturen (im Beispiel  $T = 10^8\text{ K}$ ) könnte dies erreicht werden, allerdings ist Materie dann Plasma (ein Gas aus positiven Ionen und negativen Elektronen).

### 6.7.5 Wechselwirkung Teilchen-Materie

**Geladene Teilchen:** Teilchen verliert durch Stöße (mit Elektronen) seine Energie und kommt zur Ruhe.

**Neutronen:** Neutronen sind nicht geladen und verlieren ihre Energie durch Stöße mit den Kernen.

**Photonen:** Für Photonen treten drei Streuprozesse auf: Photoeffekt, Compton-Streuung und Paarbildung (Photon und Elektron erzeugen ein Positron).

Biologische Schädigung tritt aufgrund der ionisierenden Wirkung von Strahlung in Zellen auf; die *Dosisgrösse*

$$D = \frac{dE}{dm} \quad [D] = 1\text{Gr(ay)} = 1\text{ J/kg}$$

misst die Energie ionisierender Strahlung pro Masse. Die *Äquivalentdosis* ist die mit einem Qualitätsfaktor, dem sog. RBW-Faktor, multiplizierte Grösse mit der Einheit  $1\text{ Sv} = 1\text{ J/kg} = 1\text{ Sievert}$

## 6.8 Elementarteilchen

### 6.8.1 Hadronen und Leptonen

Die vier wirkenden Kräfte (in Reihenfolge ihrer Stärke):

1. Starke oder hadronische Wechselwirkung

2. Elektromagnetische Wechselwirkung
3. Schwache Wechselwirkung
4. Gravitation

Teilchen mit starker Wechselwirkung heissen *Hadronen* und werden in zwei Kategorien eingeteilt: *Baryonen* (Spin  $S = n\frac{1}{2}$ ) und *Mesonen* (Spin  $S = 1$ ). Die wichtigsten Baryonen sind die Nukleonen (Proton, Neutron) und die wichtigsten Mesonen die Pionen oder  $\pi$ -Mesonen, welche die Kräfte in den Kernen übertragen. Hadronen sind wahrscheinlich aus Quarks (s.u.) aufgebaut.

Teilchen, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen, heissen *Leptonen* (z.B. Elektronen, Myonen und Neutrinos)

### 6.8.2 Spin und Antiteilchen

Je nach Spin werden zwei Gruppen unterschieden:

Die *Fermionen* mit halbzahligem Spin  $s = n\frac{1}{2}$  unterliegen dem Pauli-Prinzip, die *Bosonen* mit ganzzahligem Spin  $s = n$  nicht.

Die Fermionen werden durch die *Dirac-Gleichung* beschrieben, einer relativistischen Erweiterung der Schrödinger-Gleichung. Die Interpretation der negativen, relativistischen Energie (da bloss  $E^2$  definiert ist, existiert für  $E = \pm\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$  auch der negative Teil) als Antiteilchen war revolutionär und ist für das heutige Verständnis fundamental.

### 6.8.3 Erhaltungssätze

Als zusätzliche Erhaltungsgrösse findet man die *Erhaltung der Anzahl Baryonen und der Anzahl Leptonen*. Entsteht also ein Teilchen der einen Kategorie, muss damit sofort auch ein Antiteilchen entstehen.

Die folgenden Erhaltungssätze müssen also bei Zerfällen beachtet werden:

- Ladungserhaltung
- Leptonen und Baryonen-Zahl
- Energieerhaltung
- Impuls- und Drehimpulserhaltung

Es gibt noch weitere weniger fundamentale Erhaltungssätze, die nur für bestimmte Reaktionen gelten, so bleibt z.B. für die schwache Wechselwirkung die Quantenzahl der Seltsamkeit (*Strangeness*) erhalten.

### 6.8.4 Quark-Modell

Die Einführung des Quarks als Elementarteilchen, aus dem die Hadronen zusammengesetzt sind, komplettiert das heutige Bild der Elementarteilchen. Die sechs bekannten Quarks haben sieben Eigenschaften (Spin, Ladung, Baryonenzahl, Strangeness, Charm, Bottomness, Topness), die nur bestimmt kombiniert werden können, und jeweils ein Antiteilchen mit den inversen Eigenschaften (ausser Spin, der für alle  $s = \frac{1}{2}$  ist). Da es noch nie gelungen ist, ein Quark isoliert zu beobachten, geht man davon aus, dass sie nur in Gruppen zu zweit oder zu dreien vorkommen.

Nach heutiger Ansicht ist alle Materie aus den sechs Leptonen und den sechs Quarks sowie ihrer Antiteilchen aufgebaut.

### 6.8.5 Feldquanten

Die Feldquanten sind die Teilchen, welche die vier fundamentalen Wechselwirkungen übertragen. Sie sind bloss virtuelle Teilchen. Diese Teilchen werden andauernd emittiert und absorbiert, und können für eine mit der Unschärferelation verträgliche Zeit sogar die Energieerhaltung verletzen.

Wechselwirkung	Boson	Spin	Masse	Ladung
starke	G (Gluon)	1	0	0
schwache	$W^\pm$	1	$80\text{GeV}$	$\pm 1e$
	$Z^0$	1	$92\text{GeV}$	0
e-m	$\gamma$ (Photon)	1	0	0
Gravitation	Graviton	2	0	0

Abbildung 6.1: Feldquanten der fundamentalen Wechselwirkungen

### 6.8.6 Theorie der Elektroschwachen Wechselwirkung

Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung vereinigt die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung als Manifestation einer fundamentalen Wechselwirkung. Sie beschreibt nur sehr hohe Energien und prophezeit das Higgs-Boson mit der Ruhemasse 1 TeV.

### 6.8.7 Standardmodell

Nach dem *Standardmodell* bilden die *Leptonen* und *Quarks*, die jeweils in sechs Flavours auftreten, sowie die *Feldquanten* die fundamentalen Teilchen. Die Leptonen und Quarks sind Fermionen und unterliegen dem Pauli-Prinzip, während die Feldquanten Bosonen sind.



Alle Masse besteht aus Leptonen (durch die schwache WW zusammengehalten) und Quarks, die sich durch die starke WW zusammengehalten zu weiteren Teilchen, den *Hadronen*, kombinieren; die Feldquanten sind Träger dieser Wechselwirkungen.

### 6.8.8 Grosse Vereinheitliche Theorien

Es wird versucht, alle Kräfte durch Grosse Vereinheitlichte Theorien (GUT) zu beschreiben. Allerdings ist es noch nicht gelungen, eine dieser Theorien nachzuweisen.

*...und endete am Mittwoch.*

*Es wird erzählt..., dass Thales, als er astronomische Beobachtungen anstellte und dabei nach oben blickte, in einen Brunnen gefallen sei und dass eine witzige, reizende thrakische Magd ihn verspottet habe: Er strengte sich an, die Dinge im Himmel zu erkennen, von dem aber, was ihm vor den Augen und den Füßen liege, habe er keine Ahnung.*

*Platon*