

Deckblatt sofort ausfüllen!

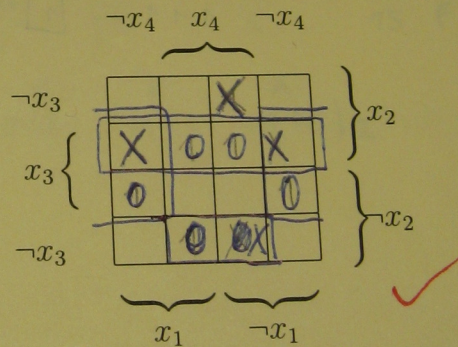
Bitte deutlich und nur mit Kugelschreiber schreiben. Unleserliche Antworten werden nicht gewertet!

Buch, Mitschriften, Ausdrücke von Folien, Handys, Taschenrechner etc. sind nicht zugelassen!

Zusatzblätter werden nicht akzeptiert!

1. (12 Punkte) Ermitteln Sie für die folgende Funktion $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ mittels KV-Diagramm eine minimale konjunktive Form.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	X _✓
0	0	1	0	0 _✓
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X _✓
0	1	1	0	X _✓
0	1	1	1	0 _✓
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0 _✓
1	0	1	0	0 _✓
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	0



$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{aligned} & \cancel{(x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4)} \\ & (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_3 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4) \end{aligned} \quad \checkmark$$

3. 2. (10 Punkte) Bringen Sie den folgenden Ausdruck für die Variablen a, b und c durch Umformung in die (kanonische) disjunktive Normalform.

$$(a \vee \neg b) \wedge \neg(a \vee \neg b) = \neg(a \wedge b)$$

$$f(a, b, c) = (a \wedge b) \vee \neg(a \vee \neg b)$$

$$\begin{aligned} X &= (x \vee y) \wedge (x \vee \neg y) \\ \neg X &= \neg(x \vee y) \vee \neg(x \vee \neg y) \\ &= (\neg x \wedge \neg y) \vee (\neg x \wedge y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \neg(a \wedge b) \wedge (a \vee \neg b) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee \neg b) \\ &= \neg(a \wedge b) \wedge (a \vee \neg b) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee \neg b) = \neg a \vee \neg b \vee c \wedge (\neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge \\ &(a \vee \neg b) = (\neg a \vee \neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee \neg b \vee \neg c) \wedge \end{aligned}$$

$$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) =$$

$$\begin{aligned} &= (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) = \neg(a \wedge b) \wedge (\neg a \wedge \neg b) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg a \wedge \neg b) \wedge (b \vee \neg a) \wedge (b) \\ &= (\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg a \wedge \neg b) = \neg a \wedge (\neg a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee \neg b) \wedge b \end{aligned}$$

Erweiterung c ✓

3. (10 Punkte) Überprüfen Sie, ob der folgende Ausdruck eine Tautologie darstellt. Geben Sie Zwischenschritte an!

$$\begin{aligned} e_1 \rightarrow e_2 &= \neg e_1 \vee e_2 \\ \neg a \rightarrow \neg b &= a \vee \neg b \end{aligned}$$

$$f(a, b, c) = (b \vee c) \rightarrow [\neg(\neg a \rightarrow \neg b) \vee (a \wedge \neg b) \vee (a \leftrightarrow b)]$$

0 0 0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0 0 1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0 1 0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0 1 1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1 0 0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
1 0 1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
1 1 0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1 1 1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1

→ keine Tautologie ✓

4. (10 Punkte) Die minimale disjunktive Form der Booleschen Funktion $f(a, b, c, d)$ ist $a \wedge \neg b$.

(a) (4 Punkte) Aus welchen Mintermen besteht die (kanonische) DNF von f ?

(b) (3 Punkte) Aus wievielen Maxtermen besteht die (kanonische) KNF von f ?

(c) (3 Punkte) Wie lautet die minimale konjunktive Form von f ?

∅

5. (10 Punkte) Wandeln Sie die Zahl

$(B9D.5FA)_{16}$

$10 \dots 9 \leftarrow 20 \dots 9 \mid_{16}$
10 A 13 D
11 B 14 E
12 C 15 F
 $2^3=8$
 $2^2=4$
 $2^1=2$
 $2^0=1$

in die folgenden Zahlensysteme um:

(a) Binärsystem: $\overset{B}{1} \overset{9}{0} \overset{D}{1} \overset{5}{.} \overset{F}{0} \overset{A}{1} 0 1 0 1 0 1 0 1 \mid_2$

(b) Quaternärsystem (Basis = 4):

6. (7 Punkte) Warum wird eine Gleitpunktzahl so codiert, dass der Exponent zwischen Vorzeichen und Mantisse steht?

0

7. (10 Punkte) Stellen Sie die folgende Zahl im IEEE 754 Single Precision Format dar:

$(+515.5625)_{10}$

2, 24, -126, 127, true
 $10000000 = 128$

515 : 2 1 MSB
 257 : 2 1
 128 : 2 0
 64 : 2 0
 32 : 2 0
 16 : 2 0
 8 : 2 0
 4 : 2 0
 2 : 2 0
 1 : 2 1 MSB

$0.5625 \cdot 2$ 1 MSB
 $0.125 \cdot 2$ 0
 $0.25 \cdot 2$ 0
 $0.5 \cdot 2$ 1 MSB

$2^0 = 1$ $2^5 = 32$ $2^{10} = 1024$
 $2^1 = 2$ $2^6 = 64$
 $2^2 = 4$ $2^7 = 128$
 $2^3 = 8$ $2^8 = 256$
 $2^4 = 16$ $2^9 = 512$

$(515.5625)_{10} = (1000\ 0000\ 11.1001)_2$

Exponent Normalisieren: $10\ 0000\ 0011.1001 \cdot 2^0 = 1.000\ 0000\ 1110\ 01 \cdot 2^9$

$q = 1001$

Exponent = Excess + q \Rightarrow

01111111	01111111
+ ... 100.1	+ ... 100.1
10000000	10001000

0 | 1000 1000 | ~~0000~~ 0000 0001 1100 1000 0000 0000

implizites Bit

8. (15 Punkte) Gegeben ist das Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 11, -14, 15, true)$, das eine Formatbreite von 16 Bit besitzt und eine implizite Darstellung der führenden '1' verwendet. Mit Ausnahme der kleineren Formatbreite ist dieses Gleitpunktzahlensystem analog zum IEEE 754 Single Precision Format aufgebaut.

Berechnen Sie das Produkt $A * B$ für folgende Zahlen:

$$A = 0\ 01010\ 1100011100$$

$$B = 0\ 10100\ 0010000000$$

12

Runden Sie das Ergebnis mittels *round to nearest/round away from zero* und stellen Sie das Ergebnis wieder als Gleitpunktzahl im vorgegebenen Format dar.

1) Mantissen multiplizieren:

$$\begin{array}{r} 1100011100 \cdot 0010000000 \\ 0000000000 \\ 0000000000 \\ 1100011100000000 \\ \hline 001100011100000000 \end{array}$$

$$15 = 01111$$

2) Exponenten addieren:

$$\begin{array}{r} E_A \quad 01010 \\ E_B \quad 10100 \\ \hline \quad 11110 \\ - \text{Exzess} - \quad 0.1.1.1 \\ \hline \quad 10111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.110\ 0011100 \cdot 1.0010000000 \\ \hline 1110\ 0011100 \\ 000\ 00000000 \\ 00\ 00000000 \\ \hline 111\ 00011100000000 \\ \hline 1.111\ 1111111100000000 \end{array}$$

$$E = E_A + E_B - \text{Exz.} = \begin{array}{r} 01010 \\ 10100 \\ \hline 11110 \\ - 0.1.1.1 \\ \hline 01111 \end{array}$$

$$0|01111|1111\ 1111\ 11$$

$$\begin{array}{r} 01111 \\ \hline 10000 \end{array}$$

Runden: $1111\ 1111\ 11$

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots 1 \\ \hline 110000\ 0000\ 00 \\ \rightarrow \text{Expt} \end{array}$$

fg: $0110000 \times 0000\ 0000\ 00$

9. (16 Punkte) Gegeben ist ein Gleitpunktzahlensystem $\mathbb{F}(2, 3, 0, 1, true)$, das analog zu IEEE 754 eine implizite Darstellung des ersten Bits benutzt und Sonderwerte mit den speziellen Exponentenwerten $e_{min} - 1$ und $e_{max} + 1$ codiert.

3 (a) (3 Punkte) Wieviele Bits werden für Vorzeichen, Exponent und Mantisse im angegebenen Gleitpunktsystem benötigt?

VZ: 1 bit
Exp: 4 bit
Man: 2 bit

(b) (3 Punkte) Welchen Wert müssen Sie für den Exzess verwenden, um die angegebenen Exponentenwerte im vorgegebenen Gleitpunktsystem zu codieren?

1 ✓

(c) (6 Punkte) Geben Sie eine Auflistung der Codierungen aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren *normalisierten* negativen Zahlen.

$$n: 1 + (b-1)b^{p-1} \cdot (e_{max} - e_{min} + 1) =$$

$$= 1 + 1 \cdot 2^2 \cdot (1 - 0 + 1) =$$

$$= 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

(d) (4 Punkte) Geben Sie eine Auflistung der Codierungen aller in diesem Gleitpunktsystem darstellbaren *denormalisierten* positiven Zahlen (inklusive 0).

1/4