Matrikelnummer: [redacted]

4. 2
5. 5/13 ⇒ 5

Analysis 2 für Informatik (Prof. Karigl)

Schriftliche Prüfung am 2. 7. 2013

---

1. Ein oben offener Zylinder mit Radius r und Höhe h soll ein Volumen $V = r^2\pi h$ von $125\pi\ \text{cm}^3$ haben. Welche Ausmaße muss der Zylinder haben, d.h. wie müssen r und h gewählt werden, damit die Oberfläche $A = r^2\pi + 2r\pi h$ minimal ist?

2. Man löse die lineare partielle Differentialgleichung

$$x\,u_x + 3y\,u_y = 2x^2 u$$

für $u = u(x,y)$. Wie lautet die partikuläre Lösung, welche durch die Raumkurve (t, t^2, e^{t^2}), $t \in \mathbb{R}$, geht?

3. Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 0{,}8x_1 \; -3{,}4x_2 \; +10x_3 &= 26{,}64 \\ 5x_1 \; -x_2 \; +x_3 &= 6{,}66 \\ 1{,}6x_1 \; +5{,}2x_2 \; -x_3 &= 9{,}99 \end{aligned}$$

unter Anwendung des Einzelschrittverfahrens von Gauß-Seidel, wobei man zunächst die einzelnen Gleichungen bzw. Variablen derart umordne, dass das entstehende System das Zeilensummenkriterium erfüllt. Die Lösungen sind auf zwei Nachkommastellen genau zu

2. Man löse die lineare partielle Differentialgleichung

$$x\, u_x + 3y\, u_y = 2x^2 u$$

für $u = u(x,y)$. Wie lautet die partikuläre Lösung, welche durch die Raumkurve (t, t^2, e^{t^2}), $t \in \mathbb{R}$, geht?

3. Man löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrcr} 0{,}8x_1 & -3{,}4x_2 & +10x_3 & = & 26{,}64 \\ 5x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 6{,}66 \\ 1{,}6x_1 & +5{,}2x_2 & -x_3 & = & 9{,}99 \end{array}$$

unter Anwendung des Einzelschrittverfahrens von Gauß-Seidel, wobei man zunächst die einzelnen Gleichungen bzw. Variablen derart umordne, dass das entstehende System das Zeilensummenkriterium erfüllt. Die Lösungen sind auf zwei Nachkommastellen genau zu bestimmen.

4. Rechenregeln für Fourierreihen:

- Geben Sie allgemein die Fourierreihe $\hat{f}(t)$ für eine 2π-periodische, stückweise stetige Funktion $f(t)$ in Sinus-Cosinus-Form und in Exponentialform an. Wie werden die darin auftretenden Fourierkoeffizienten bestimmt?
- Nennen Sie drei Rechenregeln für Fourierreihen.
- Skizzieren Sie den Beweis für eine der angegebenen Rechenregeln.

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Gegeben seien die beiden Funktionen

$$F(x,y) = 2x^5 \sin y \text{ und } \vec{f}(x,y) = \begin{pmatrix} 10x^4 \sin y \\ 2x^5 \cos y \end{pmatrix}.$$

Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Die Funktion $F(x,y)$ ist ein	○ Skalarfeld ○ Vektorfeld
Die Funktion $\vec{f}(x,y)$ ist ein	○ Skalarfeld ○ Vektorfeld
Ist $\vec{f}(x,y)$ ein Gradientenfeld?	○ ja ○ nein
Sei c eine Kurve in der Ebene. Dann ist das Kurvenintegral $\int_c \vec{f}(x,y)\, d\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$	○ wegabhängig ○ wegunabhängig.
Sind die Integrabilitätsbedingungen für die Funktion $\vec{f}(x,y)$ erfüllt?	○ ja ○ nein
Wie viele Integrabilitätsbedingungen sind für ein Vektorfeld $\vec{f}: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ zu überprüfen?	○ 4 ○ 6 ○ 8 ○ 16
Zu jeder (diff.baren) Funktion F gibt es ein Vektorfeld $\vec{f}$ mit $\operatorname{grad} F = \vec{f}$.	○ ja ○ nein
Zu jedem Vektorfeld $\vec{f}$ gibt es eine Funktion F mit $\operatorname{grad} F = \vec{f}$.	○ ja ○ nein